01 - Considere as alternativas abaixo e marque a correta.

a) Se α e β são números irracionais, então $\frac{\alpha}{\beta}$ é, necessariamente, irracional.
b) Se **a** e **b** são números naturais não-nulos, M(a) é o conjunto dos múltiplos naturais de **a** e M(b) é o conjunto dos múltiplos naturais de **b**, então M(b) ⊃ M(a) se, e somente se, **a** é divisor de **b**
c) Se $\alpha = \frac{1}{3-\sqrt{3}} - \frac{1}{3+\sqrt{3}}$, então $\alpha \in ([\mathbb{R} - \mathbb{Q}] \cap [\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q}])$
d) Se A é o conjunto dos divisores naturais de 12, B é o conjunto dos divisores naturais de 24 e C é o conjunto dos múltiplos positivos de 6 menores que 30, então A – (B ∩ C) = A – C

RESOLUÇÃO

a) **Falsa,** se, por exemplo, $\alpha = \sqrt{2}$ e $\beta = \sqrt{2}$, então $\frac{\alpha}{\beta} = 1$

b) **Falsa,** M(b) ⊃ M(a) ⇔ b é divisor de a

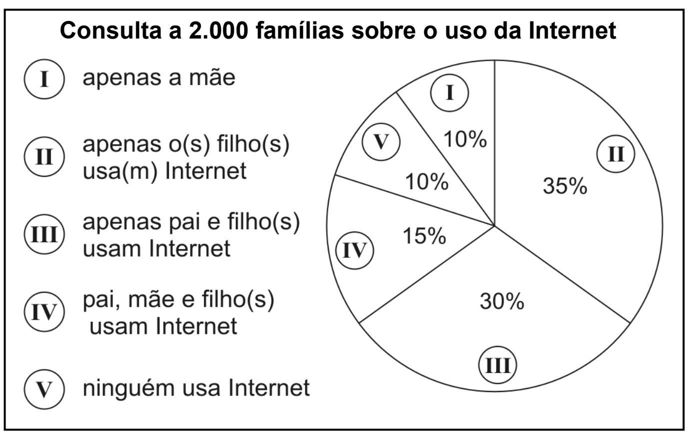
c) **Falsa,** $\alpha = \frac{1}{3-\sqrt{3}} - \frac{1}{3+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (número irracional)

$\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ = Conjunto dos números irracionais
$\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$
Conjunto dos números irracionais ∩ $\mathbb{Q}$ = ∅

d) **Verdadeira**.
A = {1, 2, 3, 4, 6, 12}
B = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}
C = {6, 12, 18, 24}
B ∩ C = {6, 12, 24}
A – (B ∩ C) = {1, 2, 3, 4}
A – C = {1, 2, 3, 4}
∴ A – (B ∩ C) = A – C

RESPOSTA: opção d

02 - O gráfico abaixo representa o resultado de uma pesquisa realizada com 2.000 famílias diferentes constituídas de pai, mãe e filho(s) a respeito do uso da Internet em suas respectivas residências.



Com base nos dados acima, é possível afirmar que o número de famílias em que

a) os filhos usam Internet é menor que 700
b) mãe e filho(s) usam Internet nunca é menor que 300
c) pai usa Internet é, no máximo, 600
d) pai mãe e filho(s) usam Internet é a metade do número de famílias em que apenas filho(s) usa(m) Internet.

RESOLUÇÃO

Observando o gráfico tem-se que o número de famílias em que
- apenas a mãe usa Internet é 200
- apenas o(s) filho(s) usa(m) Internet é 700
- apenas pai e filho(s) usam Internet é 600
- pai, mãe e filho(s) usam Internet é 300
- ninguém usa Internet é 200

a) **Falso**, pois os filhos usam Internet em 700 + 600 + 300 = 1500 famílias.
b) **Verdadeiro**, pois mãe usa Internet em 200 + 300 = 500 famílias e filho(s) usam Internet em 700 + 600 + 300 = 1600 famílias.
c) **Falso**, pois pai usa Internet em 600 + 300 = 900 famílias.
d) **Falso**, pois pai, mãe e filho(s) usam Internet em 300 famílias e apenas filho(s) usa(m) internet em 700 famílias. A metade de 700 é 350

RESPOSTA: opção b

03 - Três blocos de gelo são tais que o volume do primeiro excede de $\frac{1}{8}$ o do segundo, que por sua vez é $\frac{16}{27}$ do volume do terceiro, entretanto, o volume desse terceiro bloco excede o volume do primeiro em 1.005 litros. Sabendo-se que o volume da água aumenta de $\frac{1}{9}$ ao congelar-se, pode-se dizer que a quantidade de água necessária para obter esses três blocos de gelo é, em litros, um número compreendido entre

a) 6.100 e 6.200
b) 6.090 e 6.099
c) 6.000 e 6.089
d) 5.900 e 5.999

RESOLUÇÃO

Sejam V_{B_1} o volume primeiro bloco, V_{B_2} o volume do segundo bloco e V_{B_3} o volume do terceiro bloco.

① $V_{B_1} = \frac{9}{8} V_{B_2}$

② $V_{B_2} = \frac{16}{27} V_{B_3}$

③ $V_{B_3} = V_{B_1} + 1005$

② em ① $V_{B_1} = \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{27} V_{B_3} \Rightarrow V_{B_1} = \frac{2}{3} V_{B_3}$ ④

④ em ③ $V_{B_3} = \frac{2}{3} V_{B_3} + 1005 \Rightarrow V_{B_3} = 3015$ litros

$\therefore V_{B_2} = \frac{5360}{3}$ litros e $V_{B_1} = 2010$ litros

Seja V_T a soma dos volumes de água dos três blocos.
Após congelar a água tem-se que:

$$V_T + \frac{1}{9} V_T = V_{B_1} + V_{B_2} + V_{B_3}$$
$$\frac{10}{9} V_T = \frac{20435}{3}$$
$$V_T = 6130{,}5 \text{ litros de água}$$

RESPOSTA: opção a

04 - Quando eu tinha a idade que você tem, a sua idade era $\frac{1}{3}$ da minha idade atual. Quando você tiver a minha idade atual, então o $\frac{1}{7}$ de 0,666... do dobro da soma de nossas idades será igual a 12 anos.
Com base nesses dados é **INCORRETO** afirmar que

a) quando você nasceu, eu tinha $\frac{1}{3}$ da idade que hoje tenho.
b) a soma de nossas idades hoje é um número múltiplo de 5
c) quando você completou 3 anos, a minha idade, na época, era o quádruplo da sua idade.
d) quando eu tiver o dobro de sua idade atual, você terá mais de 30 anos.

RESOLUÇÃO

Considere os dados

	EU	VOCÊ
antes	x – d	x – 2d
hoje	x	x – d
depois	x + d	x

onde d $\rightarrow$ diferença entre minha idade e a sua idade hoje.

I) $x - 2d = \frac{1}{3}x \Rightarrow 3x - x = 6d \Rightarrow \boxed{x = 3d}$

II) $(x + d + x)\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{6}{9}\cdot 2 = 12 \quad \Rightarrow \quad 2x + d = \frac{12\cdot 7\cdot 9}{6\cdot 2} \quad \Rightarrow$
$\Rightarrow \boxed{2x + d = 63}$

$\begin{cases} x = 3d \\ 2x + d = 63 \end{cases} \Rightarrow 6d + d = 63 \Rightarrow \boxed{d = 9} \text{ e } \boxed{x = 27}$

Tem-se então

	EU	VOCÊ
antes	18 anos	9 anos
hoje	27 anos	18 anos
depois	36 anos	27 anos

a) **Verdadeiro**, pois quando você nasceu eu tinha 9 anos e $9 = \frac{1}{3}\cdot 27$
b) **Verdadeiro**, hoje a soma de nossas idades é: 27 + 18 = 45, que é múltiplo de 5
c) **Verdadeiro**, pois quando você completou 3 anos eu tinha 12 anos e 12 = 4 x 3
d) **Falso**, pois quando eu tiver 36 anos você terá 27 anos e 27 < 30

RESPOSTA: opção d

05 - Duas pessoas saíram para uma caminhada e percorreram a mesma distância **d**. A primeira pessoa foi 10% mais veloz que a segunda. Sabe-se que $\mathbf{t_1}$ e $\mathbf{t_2}$ foram, respectivamente, o tempo gasto pela primeira e segunda pessoas para percorrer a distância **d** e que $t_1 + t_2$ = 2 horas e 48 minutos.
É correto afirmar que o tempo gasto pela segunda pessoa para percorrer a distância **d** foi

a) 1 hora e 28 min.
b) 1 hora e 20 min.
c) 1 hora e 48 min.
d) 1 hora e 40 min.

RESOLUÇÃO

Sejam v_1 a velocidade da 1ª pessoa e v_2 a velocidade da 2ª pessoa

1) $v_1 = v_2 + 10\%\cdot v_2 \Rightarrow v_1 = 1{,}1v_2$

2) $t_1 + t_2 = 2h \text{ e } 48\,min = 168\,min \Rightarrow \boxed{t_2 = 168 - t_1}$

3) $v_1t_1 = v_2t_2$

$1{,}1v_2t_1 - v_2t_2 = 0 \Rightarrow \boxed{t_1 = 80\,min}$ = 1h e 20 min
$\therefore \boxed{t_2 = 88\,min}$ = 1h e 28 min

RESPOSTA: opção a

06 - Em uma gincana, uma das provas consistia em determinar, no menor tempo possível, o número total **x** de chaveiros acondicionados em uma caixa. Para tal contagem cada representante das equipes $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\gamma}$, na sua vez, fez retiradas sucessivas dos chaveiros agrupando-os conforme o esquema a seguir.

EQUIPE	RETIRADAS DE	SOBRA NO FUNDO DA CAIXA
α	3 em 3	2 chaveiros
β	5 em 5	1 chaveiro
γ	6 em 6	2 chaveiros

Sabendo-se que nenhum candidato errou na contagem; que cada candidato, em sua vez, devolveu os chaveiros para se ajuntarem à sobra que existia no fundo da caixa e que o número **x** é maior que 70, porém não chega a 91, é **INCORRETO** afirmar que

a) o número que representa o total de chaveiros possui 4 divisores positivos.
b) se na caixa existissem mais 4 chaveiros, as três retiradas teriam sido feitas sem deixar sobras no fundo da caixa.
c) o número total de retiradas dos três participantes juntos é maior que 60
d) se existissem mais 10 chaveiros na caixa de retiradas,eles poderiam ser agrupados exatamente em dúzias.

RESOLUÇÃO

Quantidades prováveis de chaveiros

3 em 3	72	75	78	81	84	97	90
sobrando 2	74	77	80	83	86	89	92

(α)

5 em 5	75	80	85	90
sobrando 1	76	81	86	91

(β)

6 em 6	72	78	84	90
sobrando 2	74	80	86	92

(γ)

Conclusão: 86 é a quantidade de chaveiros comum às três retiradas

a) **Verdadeiro**, pois D(86) = { 1, 2, 43, 86 } $\Rightarrow$ 4 divisores

b) **Verdadeiro**, pois 86 + 4 = 90 que é múltiplo de 3, de 5 e de 6

c) **Falso**

$(\alpha)\ \begin{array}{r|l} 86 & 3 \\ \hline 26 & 28 \\ 2 & \end{array} \qquad (\gamma)\ \begin{array}{r|l} 86 & 6 \\ \hline 26 & 14 \\ 2 & \end{array} \qquad (\beta)\ \begin{array}{r|l} 86 & 5 \\ \hline 36 & 17 \\ 2 & \end{array}$

Total de retiradas: 28 + 17 + 14 = 59 e 59 < 60

d) **Verdadeiro**, pois 86 + 10 = 96 e 96 = 12 x 8 $\Rightarrow$ 8 dúzias

RESPOSTA: opção c

07 - Um comerciante ao comprar livros que custavam **x** reais a unidade ficou ciente de que pagaria também um frete correspondente a 1,6% sobre o valor da compra. Ele resolveu pagar à vista após conseguir um desconto de 10% sobre o valor total dos livros, mas teve que assumir o valor original do frete, desembolsando, assim, R$ 2.748,00 pela aquisição.
Na venda, ele deu um preço aos livros visando lucrar 50% sobre a tabela original, onde cada um custava **x** reais.
Após vender $\frac{4}{5}$ do total de livros, ele os remarcou reduzindo o preço de cada um, em 20%
Depois de algum tempo, viu que havia vendido $\frac{2}{3}$ do resto e ainda sobravam 10 livros, que foram doados a uma escola.
Se na comercialização ele gastou R$ 252,00 a mais e ainda conseguiu, ao final, um lucro real de **y**% sobre todos os gastos, é correto afirmar que **y** é igual a

a) 20
b) 24
c) 30
d) 36

RESOLUÇÃO

Seja n a quantidade de livros e seja c = nx o custo de n livros

$$\frac{1{,}6c}{100} + \frac{90c}{100} = 2748 \Rightarrow \boxed{c = 3000}$$

	ANTES	VENDEU	SOBROU
1ª vez	n	$\frac{4n}{5}$	$\frac{n}{5}$
2ª vez	$\frac{n}{5}$	$\frac{2}{3}\cdot\frac{n}{5}$	$\frac{n}{15} = 10$

$$\frac{n}{15} = 10 \Rightarrow \boxed{n = 150 \text{ livros}}$$

$$x = \frac{c}{n} = \frac{3000}{150} \Rightarrow \boxed{x = 20 \text{ reais}}$$

lucro de 50% $\Rightarrow \boxed{x' = 30 \text{ reais}}$

redução de 20% $\Rightarrow \boxed{x'' = 24 \text{ reais}}$

<u>1ª venda</u>: $\frac{4n}{5} = \frac{4x150}{5} = 120$ livros a 30 reais $\Rightarrow$ 3600 reais

<u>2ª venda</u>: $\frac{2}{3}\cdot\frac{n}{5} = \frac{2}{3}\cdot 30 = 20$ livros a 24 reais $\Rightarrow$ 480 reais

<u>Total recebido</u>: 3600 + 480 = 4080
<u>Despesas</u>: 2748 + 252 = <u>3000</u>
<u>Lucro real</u> 1080

$$\begin{array}{l} 1080 \text{ —— } y\% \\ 3000 \text{ —— } 100\% \end{array} \Rightarrow y = 36$$

RESPOSTA: opção d

08 - Um grupo A de 6 pedreiros e 8 ajudantes executou $\frac{4}{5}$ de uma obra em 12 dias, trabalhando 6 horas por dia. Por motivo de férias, o grupo A foi substituído por um grupo B de 8 pedreiros e 2 ajudantes que trabalhou 5 horas por dia para terminar a obra. Sabendo-se que a produção de 2 ajudantes equivale, sempre, à produção de 1 pedreiro e que não houve ausência de nenhum componente dos grupos de trabalho em nenhum dos dias, é correto afirmar que o grupo B

a) ao substituir o grupo A , acarretou um atraso de 1 dia no tempo em que a obra teria ficado pronta, caso a mesma tivesse sido concluída pelo grupo A
b) terminou a obra no tempo t > 5 dias.
c) gastaria mais de 21 dias se tivesse executado a obra inteira.
d) teria executado a parte feita pelo grupo A em menos de 15 dias.

RESOLUÇÃO

2 ajudantes = 1 pedreiro

$\Downarrow$

<u>grupo A</u>: 10 pedreiro
<u>grupo B</u>: 9 pedreiros

Considerando: **i** inversamente proporcional e
d diretamente proporcional, tem-se:

A	10 pedreiros	$\frac{4}{5}$	12 dias	6h/dia
B	9 pedreiros	$\frac{1}{5}$	x	5h/dia
	i	**d**	**d**	**i**

$$\frac{x}{12} = \frac{\frac{1}{5}\cdot 10\cdot 6}{\frac{4}{5}\cdot 9\cdot 5} \Rightarrow x = \frac{12\cdot 60}{180} = 4 \text{ dias}$$

GRUPO A	
OBRA	DIAS
1/5	3
4/5	12
5/5	15

GRUPO B	
OBRA	DIAS
1/5	4
4/5	16
5/5	20

Conforme tabelas acima, tem-se:
a) **Verdadeiro.**
b) **Falso.**
c) **Falso.**
d) **Falso.**

RESPOSTA: opção a

09 - Dois capitais **a** e **b**, **a** > **b**, cuja diferença entre os mesmos é igual aos $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{8}$ de R$ 4.000,00 foram aplicados às taxas de juros simples de

- 20% ao ano, o capital maior; e
- 30% ao ano, o capital menor.

Após 257 dias de aplicação, o investidor solicitou resgate do maior valor aplicado e mais os juros das duas aplicações que naquela data representavam valores iguais.

Sabendo-se que o ano comercial possui 360 dias e que em qualquer dia do ano que o investidor resgatasse as aplicações ele receberia o rendimento proporcional ao tempo de aplicação, é correto afirmar que

a) o valor total aplicado é menor que R$ 900,00
b) se os dois capitais só fossem resgatados ao final do

primeiro ano, eles teriam rendido, juntos, $\frac{1}{4}$ de seu valor.

c) o capital menor corresponde a 60% do capital maior.
d) após o resgate do maior valor aplicado e dos juros das duas aplicações, se for mantida a aplicação do capital menor, à mesma taxa, após meio ano, ele renderá um valor correspondente a 10% do capital maior.

RESOLUÇÃO

1º) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{8}.4000 = \frac{8000}{40} = \boxed{200}$

2º) a – b = 200 $\Rightarrow$ $\boxed{b = a - 200}$

3º) a $\rightarrow$ 20%

$$a\cdot\frac{20}{\cancel{100}}\cdot\frac{\cancel{257}}{\cancel{360}} = (a-200)\cdot\frac{30}{\cancel{100}}\cdot\frac{\cancel{257}}{\cancel{360}} \Rightarrow 20a = 30a - 6000 \Rightarrow$$

6000 = 10a $\Rightarrow$ $\boxed{a = 600}$ e $\boxed{b = 400}$

a) Falso
Pois, a + b = 1000

b) Falso

$a \rightarrow 600.\frac{20}{100} = 120$ reais de lucro

$b \rightarrow 400\frac{30}{100} = 120$ reais de lucro

120 + 120 = 240 $\neq \frac{1}{4}$ de 1000

c) Falso

$\frac{60}{100}.600 = 360 \neq 400$

d) Verdadeiro

$$\cancel{400}\times\frac{\cancel{6}}{\underset{2}{\cancel{12}}}\times\frac{\overset{15}{\cancel{30}}}{\cancel{100}} = 60 \text{ reais} = \frac{10}{100}\cdot 600$$

RESPOSTA: opção d

10 - Um vinhedo de forma retangular medindo 2 hm de comprimento e 9 dam de largura produziu 100 pipas totalmente cheias de vinho com a capacidade de 0,25 m^3 cada uma.
Considere que

- este vinho foi vendido a R$ 1.600,00 o hl;
- o aluguel do vinhedo é de R$ 40.000,00 por 10.000m^2 ; e
- as despesas com a produção do vinho totalizam R$ 78.000,00

Com base nessas informações, é correto afirmar que

a) o aluguel do vinhedo é inferior a R$ 70.000,00
b) o lucro líquido do vinhateiro é um valor, em reais, cuja soma dos algarismos é maior que 7
c) a produção de 1 m^2 foi de $0,13\overline{8}$ dal
d) a despesa total do vinhateiro representa menos de 35% da receita.

RESOLUÇÃO

1) Seja S = 20.9 = 180 dam^2 , a área do vinhedo

2) 100 . 0,25 = 25 m^3 = 25000 l = 250 hl

3) Total T arrecadado com o vinho produzido (receita) é T = 250 . R$ 1600,00 = R$ 400000,00

4) Aluguel do vinhedo A
A = R$ 40000 . 1,8 = R$ 72000,00

5) Lucro do vinhateiro L
L = 400000,00 – (78000 + 72000)
L = R$ 250000,00

a) **Falso**, o aluguel do vinhedo é superior a R$ 70000,00
b) **Falso**, a soma dos algarismos de 250000 é exatamente 7
c) **Verdadeiro**, pois 2500 $\div$ 18000 = $0,13\overline{8}$ dal por m^2
d) **Falso,** pois a despesa total do vinhateiro é R$ 78000 + R$ 72000 = R$ 150000,00
A receita do vinhateiro é R$ 40000,00
35% de 400000 é R$ 140000,00

RESPOSTA: opção c

11 - Um aluno da EPCAR possui um relógio que adianta $\frac{2}{3}$ do minuto a cada 12 horas. Às 11 horas e 58 minutos (horário de Brasília) do dia 10/03/07, verifica-se que o mesmo está adiantado 8 minutos.
Considerando que não há diferença de fuso horário entre o relógio do aluno e o horário de Brasília, marque a alternativa correta.

a) Ás 23 horas e 58 minutos (horário de Brasília), do dia 05/03/2007, o relógio do aluno marcava 23 horas, 58 minutos e 40 segundos.
b) Para um compromisso às 12 horas (horário de Brasília), do dia 06/03/2007, sem se atrasar nem adiantar, o aluno deveria descontar 1 minuto e 40 segundos da hora marcada em seu relógio.
c) No dia 07/03/2007, às 12 horas (horário de Brasília), o relógio do aluno marcava 12 horas e 2 minutos.
d) A última vez em que o aluno acertou o relógio foi às 11 horas e 58 minutos do dia 04/03/2007.

RESOLUÇÃO

Veja a tabela:

DATA	04/03		05/03		06/03	
RELÓGIO DO ALUNO	11:58	23:58:40	11:59:20	23:00		
HORA DE BRASÍLIA	11:58	23:58	11:58	23:58	11:58	23:58

07/03		08/03		09/03		10/03	
12:02			00:00			11:50	
11:58	23:58	11:58	23:58	11:58	23:58	11:58	

RESPOSTA: opção d

12 - Dois irmãos gêmeos, Lucas e Mateus, em sua festa de aniversário, ganharam um certo número de camisas, cada um. Se Lucas der uma dessas camisas a Mateus, eles passarão a ter a mesma quantidade de camisas. Entretanto, se fosse Mateus que doasse a Lucas uma de suas camisas, este então teria o dobro do número de camisas de Mateus.
Considerando apenas as camisas recebidas de presente no aniversário, é correto afirmar que

a) Mateus ganhou 40% menos camisas do que Lucas.
b) se **x** é o número de camisas de Lucas e **y** é o número de camisas de Mateus, então **x** e **y** são números primos entre si.
c) os dois irmãos ganharam juntos mais de 12 camisas.
d) o número que representa a quantidade de camisas que Mateus ganhou é um número divisor de 63

RESOLUÇÃO

Sejam x o número de camisas de Lucas e y o número de camisas de Mateus.

$$\begin{cases} x-1=y+1 \\ x+1=2(y-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ x-2y=-3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y=5} \text{ e } \boxed{x=7}$$

a) **Falso**, pois Mateus ganhou 2 camisas a menos que Lucas, o que representa aproximadamente 28,6%
b) **Verdadeiro**, 5 e 7 são primos entre si.
c) **Falso**, x + y = 12
d) **Falso**, 5 não é divisor de 63

RESPOSTA: opção b

13 - Nas tabelas abaixo estão representadas as contas de energia elétrica e de água de uma mesma residência no mês de janeiro de 2007. Cada conta mostra o valor a pagar que é calculado em função do consumo de água (m^3) e de energia elétrica (kWh).
Na conta de luz, o valor a pagar é calculado multiplicando-se o número A, que representa o consumo (em kWh) por um fator B. A esse resultado, soma-se a taxa de iluminação pública, que é fixa.
Considere a conta de energia elétrica a seguir.

COMPANHIA DE ENERGIA ELÉTRICA MÊS: JANEIRO / ANO: 2007	
Leitura atual: 4.478 kWh	Leitura anterior: 4.348 kWh
Fator: 0,600000 = B	
Consumo de energia = A	
Descrição dos gastos	**Total (R$)**
Cálculo do valor do fornecimento A.B	x
Taxa de iluminação pública	15,03
Valor a pagar	y

Na conta de água, o serviço é cobrado conforme faixas de consumo. Um consumo de 25 m^3, por exemplo, daria ao consumidor uma despesa de R$ 23,50, a saber: R$ 5,00 (pelos 10 m^3 iniciais) + R$ 8,00 (por mais 10 m^3 a R$ 0,80) + R$ 10,50 (por mais 5 m^3 a R$ 2,10)
Com base nesses dados, considere também a conta de água a seguir.

COMPANHIA DE SANEAMENTO
MÊS: JANEIRO / ANO: 2007

Tarifas de água (m^3)

Faixas de consumo	Tarifa (R$)	Consumo (m^3)	Valor (R$)
até 10	5,00	de 00 a 10	5,00
acima de 10 até 20	0,80	09	7,20
acima de 20 a 30	2,10	00	0,00
acima de 30 a 40	2,30	00	0,00
acima de 40	2,30	00	0,00
Total a pagar			**R$ 12,20**
Consumo total		Z (m^3)	

Sabe-se que no mês de fevereiro de 2007

- não houve aumento das tarifas de energia elétrica, mas o consumo foi 10% maior que o de janeiro;
- a tarifa de água, em cada faixa, sofreu um acréscimo de 20%; e
- o consumo de água da residência dobrou.

Com base nesses dados, marque a alternativa **INCORRETA**.

a) O valor da conta de energia elétrica em fevereiro foi maior que 100 reais.
b) O valor da conta de água em fevereiro foi cinco vezes maior que o valor da conta de água em janeiro.
c) Sabendo-se que A e C foram o consumo de energia elétrica em kWh, nos meses de janeiro e fevereiro, respectivamente, então A + C = 273
d) Foram consumidos 57 m^3 de água nos meses de janeiro e fevereiro.

RESOLUÇÃO

<u>Mês de janeiro</u>:

1) Energia Elétrica

Consumo = A = 4478 – 4348 = 130 kWh
A . B = x = 130 . 0,6 = 78

valor a pagar: y = 78 + 15,03 = R$ 93,03

2) Companhia de Saneamento

Consumo: Z = 19 m^3
valor a pagar: R$ 12,20

<u>Mês de fevereiro</u>:

1) Energia Elétrica

Consumo: 130 + 13 = 143 kWh
valor a pagar: 143.0,6 + 15,03 = R$ 100,83

2) Companhia de Saneamento

Consumo: 38 m^3
valor a pagar: (R$ 6,00) + (10.R$ 0,96) + (10.R$ 2,52) + + (8.R$ 2,76) = R$ 62,88

a) **Verdadeira**, o valor da conta foi R$ 100,83
b) **Falsa**, (5.R$ 12,20) = R$ 61,00 e o valor da conta foi R$ 62,88
c) **Verdadeira**, pois como A = 130 e C = 143, então A + C = 273
d) **Verdadeira**, pois 19 + 38 = 57

RESPOSTA: opção b

14 - Supondo **x** e **y** números reais tais que $x^2 \neq y^2$ e $y \neq 2x$, a expressão $\sqrt{\dfrac{\dfrac{2x}{x+y} - \dfrac{y}{y-x} + \dfrac{y^2}{y^2-x^2}}{(x+y)^{-1} + x(x^2-y^2)^{-1}}}$ sempre poderá ser calculada em $\mathbb{R}$ se, e somente se,

a) $x \geqslant 0$ e $y \geqslant 0$
b) $x > 0$ e y é qualquer.
c) x é qualquer e $y \geqslant 0$
d) $x \geqslant 0$ e y é qualquer.

RESOLUÇÃO

$$\sqrt{\dfrac{\dfrac{2x}{x+y} - \dfrac{y}{y-x} + \dfrac{y^2}{y^2-x^2}}{(x+y)^{-1} + x(x^2-y^2)^{-1}}} = \sqrt{\dfrac{\dfrac{xy-2x^2}{(y^2-x^2)}}{\dfrac{1}{x+y} + \dfrac{x}{x^2-y^2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\dfrac{x(y-2x)}{(y^2-x^2)}}{\dfrac{2x-y}{-(y^2-x^2)}}} = \sqrt{\frac{x(y-2x)}{y-2x}} = \sqrt{x} \quad \therefore \quad x \geqslant 0 \text{ e y é qualquer.}$$

RESPOSTA: opção d

15 - Se **m** e **n** ($m, n \in \mathbb{R}$) são raízes reais da equação $x^2 - bx + b = 0$ e **b** é um número natural primo, é correto afirmar que

a) $(m - 2)(n - 2)$ é, necessariamente, um número natural ímpar.
b) $m^2 + n^2$ é, necessariamente, um número natural par.
c) $m^3 + n^3$ é, necessariamente, um número inteiro par.
d) $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ é diferente da unidade.

RESOLUÇÃO

Se m e n são raízes reais da equação $x^2 - bx + b = 0$, então: $m + n = b$ e $mn = b$
Se b é primo, então m e n são reais não nulos.

a) **Falso**, $(m - 2)(n - 2) = mn - 2(m + n) + 4 = -b + 4$
se $b = 2 \Rightarrow -b + 4 = 2$ que é par

b) **Falso**, $(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 \Rightarrow m^2 + n^2 = b^2 - 2b$
se $b = 7 \Rightarrow m^2 + n^2 = 35$ que é ímpar

c) **Verdadeiro**, $(m + n)^3 = m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3 \Rightarrow$
$\Rightarrow m^3 + n^3 = (m + n)^3 - 3mn(m + n) \Rightarrow m^3 + n^3 = b^3 - 3b^2$
$\Rightarrow m^3 + n^3 = b^2(b - 3)$
se $b = 2 \Rightarrow m^3 + n^3$ é par
se $b \neq 2$ e primo, então $(b - 3)$ é par, portanto $b^2(b - 3)$ também é par

d) **Falso**, $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{mn} = 1$

RESPOSTA: opção c

16 - Um eletricista é contratado para fazer um serviço por R$ 4.200,00. Ele gastou no serviço 6 dias a mais do que supôs e verificou ter ganhado por dia R$ 80,00 menos do que planejou inicialmente. Com base nisso, é correto afirmar que o eletricista

a) concluiu o serviço em mais de 25 dias.
b) ganhou por dia menos de R$ 200,00
c) teria ganho mais de R$ 200,00 por dia se não tivesse gasto mais 6 dias para concluir o trabalho.
d) teria concluído o serviço em menos de 15 dias se não tivesse gasto mais de 6 dias de trabalho.

RESOLUÇÃO

Se x é o número de dias que o eletricista supôs que gastaria, então:

$$\frac{4200}{x+6} = \frac{4200}{x} - 80 \Rightarrow x^2 - 6x - 315 = 0 \Rightarrow x = 15 \text{ dias}$$

a) **Falso**, pois se x = 15, então x + 6 = 21
b) **Falso**, pois R$ 4200,00 $\div$ 21 = R$ 200,00
c) **Verdadeiro**, pois R$ 4200,00 $\div$ 15 = R$ 280,00
d) **Falso**, pois teria concluído o serviço em exatamente 15 dias

RESPOSTA: opção c

17 - Sabendo-se que existem as raízes quadradas expressas na equação **(I)**, de variável x, dada por $\sqrt{x+a} - \sqrt{x} = \sqrt{a}$, $a \in \mathbb{R}$, e que **a** é a menor raiz da equação **(II)** dada por $x^2 - x = 0$, então, pode-se afirmar que o conjunto solução da equação **(I)** é

a) $\mathbb{R}$
b) $\mathbb{R}_+$
c) $\mathbb{R}^*$
d) $\mathbb{R}_+^*$

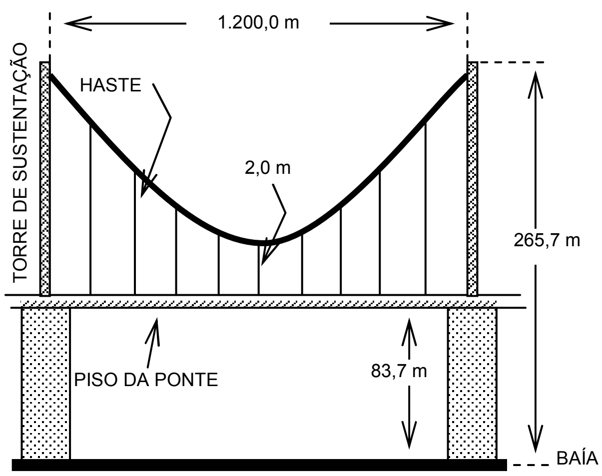
RESOLUÇÃO

As raízes da equação (II) são 0 ou 1 $\therefore$ a = 0
Para a = 0 a equação (II) é

$\sqrt{x} - \sqrt{x} = 0$
$\sqrt{x} = \sqrt{x} \quad \forall x \in \mathbb{R}_+$
$S = \mathbb{R}_+$

RESPOSTA: opção b

18 - Um cabo de suspensão de uma ponte tem a forma de uma parábola, e seu ponto mais baixo está a 2,0 m acima do piso da ponte. A distância do piso da ponte em relação à superfície da baía é de 83,7 m. O cabo passa sobre as torres de sustentação, distantes 1200,0 m entre si, numa altura de 265,7 m acima da baía e é ligado ao piso da ponte por hastes rígidas perpendiculares a ela.

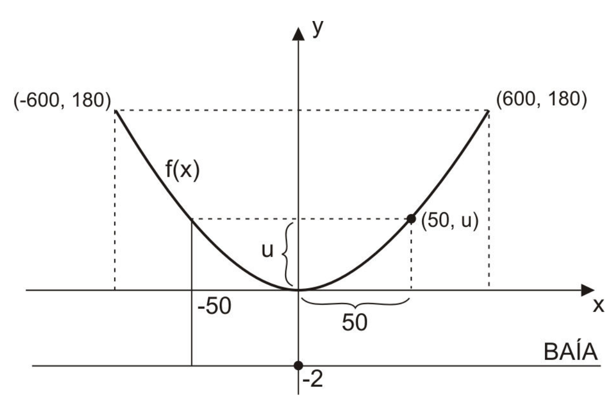


O comprimento de cada uma das hastes que ligam o cabo à ponte, distantes 50,0 m do centro da ponte é, em metros, igual a

a) 1,25
b) 3,00
c) 3,25
d) 3,50

RESOLUÇÃO

Considerando o sistema xOy de coordenadas cartesianas e transpondo a situação para esse sistema de modo a coincidirem vértice e origem, pode-se fazer:



$f(x) = ax^2$ e $f(600) = 180$ então $a = \dfrac{1}{2000}$

Se $f(50) = u$, então $u = 1,25$

Logo, a medida de cada uma dessas hastes será: $\boxed{1,25 + 2,00 = 3,25}$

RESPOSTA: opção c

19 - "A aviação comercial cresceu 20% no Brasil desde o ano 2000. (...) Para suprir a demanda, as empresas aéreas passaram a operar no limite de sua capacidade. A política reduziu o conforto dos passageiros e se tornou uma das causas dos atrasos nos aeroportos."

Fonte: revista Veja – 14/03/2007

Analisando o gráfico acima, pode-se afirmar que

a) o número de aeronaves em operação sempre diminuiu de um ano para o outro.
b) do ano de 2000 ao ano de 2001 houve uma queda de menos de 12,8% de aeronaves em operação.
c) do ano de 2000 ao ano de 2004, o número de aeronaves que não parou de operar foi de mais de 70%, em relação ao ano de 2000
d) do ano de 2000 ao ano de 2006 o número total de aeronaves reduziu-se em 138 aeronaves.

RESOLUÇÃO

a) **Falso**, do ano de 2003 ao ano de 2004 aumentou o número de aeronaves em operação.

b) **Falso**, o número de aeronaves em operação no ano de 2000 é igual a 366 e o número de aeronaves em operação no ano de 2001 é igual a 319
366 – 319 = 47
47 representa uma queda de mais de 12,8% de aeronaves em operação de 2000 a 2001

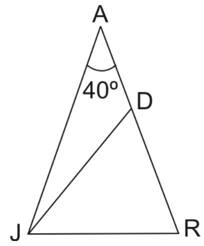
c) **Verdadeiro**
Do ano de 2000 a 2001, 47 aeronaves pararam de operar.
Do ano 2001 a 2002, 22 aeronaves pararam de operar.
Do ano de 2002 a 2003, 38 aeronaves pararam de operar.
Do ano de 2003 a 2004 mais duas aeronaves passaram a operar.
Portanto 105 aeronaves pararam de operar neste período e 261 aeronaves NÃO pararam de operar, o que corresponde a aproximadamente 71,3% da quantidade de aeronaves em operação no de 2000

d) **Falso**, reduziu-se em 136 aeronaves.

RESPOSTA: opção c

20 - Considere as proposições abaixo e julgue-as VERDADEIRAS ou FALSAS.

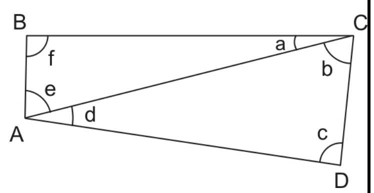
I) Considerando-se os triângulos da figura, pode-se afirmar que $\text{tg}\,40^\circ = \dfrac{y}{2x - y\sqrt{3}}$, $\left(x \neq \dfrac{\sqrt{3}}{2}y\right)$



$\overline{AJ} = \overline{AR} = x$
$\overline{JR} = \overline{JD} = y$

II) Nos triângulos ABC e ACD da figura abaixo, o maior dos segmentos representados é $\overline{AC}$

Dados
$a \neq b \neq c \neq d \neq e \neq f$
$a < b < c < f$
$a < e < f$
$c < d$
$e < d$



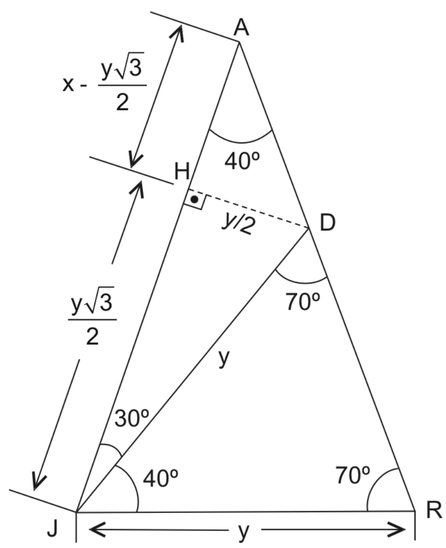
III) Seja P um ponto qualquer interior a um triângulo eqüilátero ABC e os pontos $M \in \overline{AC}$, $N \in \overline{BC}$ e $Q \in \overline{AB}$. Se $\overline{PM}$, $\overline{PN}$, e $\overline{PQ}$ são segmentos traçados por P, paralelos aos lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, respectivamente, então $\overline{PM} + \overline{PN} + \overline{PQ} = \dfrac{2p}{3}$, onde p é o semiperímetro do triângulo ABC

Pode-se afirmar que, entre as proposições,

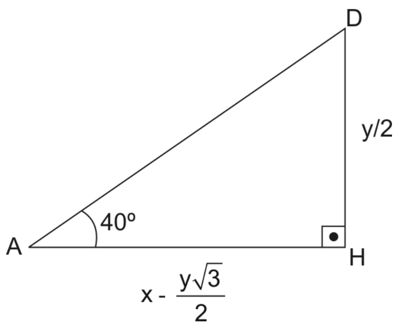
a) apenas duas são falsas.
b) apenas uma é falsa.
c) todas são falsas.
d) todas são verdadeiras.

RESOLUÇÃO

I) **Verdadeira**
Seja $\overline{DH}$ a altura do triângulo AJD relativa ao lado $\overline{AJ}$ e os valores dos ângulos e dos lados possíveis:



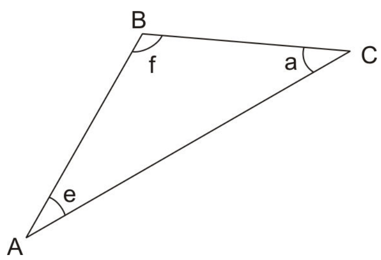
No triângulo AHD tem-se:



$$tg40^o = \frac{\frac{y}{2}}{x - \frac{y\sqrt{3}}{2}}$$

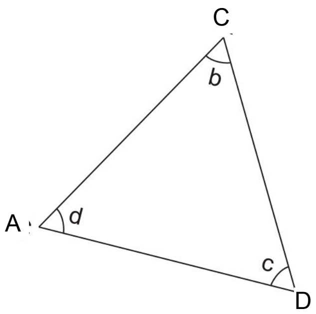
$$\boxed{tg40^o = \frac{y}{2x - y\sqrt{3}}}$$

II) **Falsa.**
Considere os triângulos ABC e ACD e a propriedade relativa aos lados e aos ângulos de um triângulo:
“Ao maior ângulo opõe-se o maior lado...”



$\Delta ABC \Rightarrow a < e < f \Rightarrow \overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$

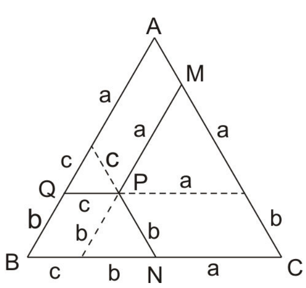
Logo $\overline{AC}$ é o maior segmento considerando-se o ΔABC



$\Delta ACD \Rightarrow b < c < d \Rightarrow \overline{AD} < \overline{AC} < \overline{CD}$

Logo $\overline{CD}$ é o maior segmento considerando-se o ΔACD e ainda, $\overline{CD} > \overline{AC}$ contrariando que $\overline{AC}$ é o maior segmento da figura,

III) **Verdadeira.**
Considere o esquema da figura, onde foram prolongados os segmentos $\overline{PM}$, $\overline{PN}$ e $\overline{PQ}$ até o encontro com os lados.
Sejam $\overline{PM}$ = a, $\overline{PN}$ = b e $\overline{PQ}$ = c
Por paralelismo temos:



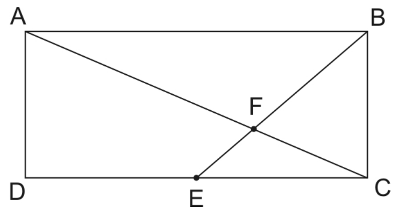
ℓ = a + b + c

semiperímetro do ΔABC = 2p = 3(a+b+c)

$\overline{PM} + \overline{PN} + \overline{PQ} = a+b+c = \frac{1}{3}$ de 2p

RESPOSTA: opção b

21 - Considere o retângulo ABCD da figura abaixo, cuja diagonal $\overline{AC}$ mede 18 cm, o lado $\overline{AD}$ mede 6 cm e E é o ponto médio de $\overline{CD}$ e, a seguir, analise as proposições a seguir.



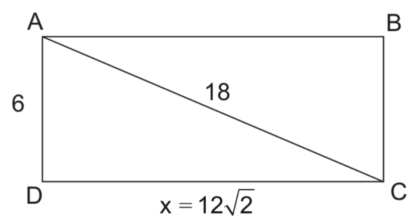
I) O lado $\overline{CD}$ mede $12\sqrt{2}$ cm
II) A medida do segmento $\overline{FC}$ é $6\sqrt{2}$ cm
III) O triângulo ABF tem altura relativa ao lado $\overline{AB}$ igual a 3 cm
IV) A área do triângulo CEF é de $6\sqrt{2}$ cm^2

Está(ão) correta(s)

a) todas as proposições.
b) apenas I e IV
c) apenas I
d) apenas II e III

RESOLUÇÃO

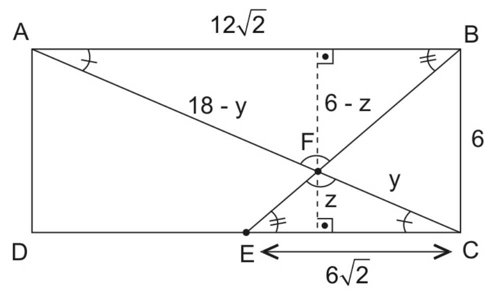
I) **Verdadeira.**



$18^2 = 6^2 + x^2$

$\boxed{x = 12\sqrt{2}\,cm}$

II) **Falsa.**



Os triângulos ABF e ECF são semelhantes (caso AA), assim:

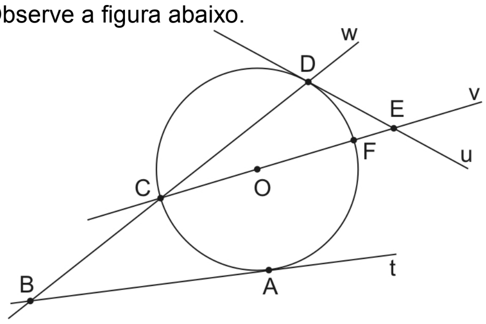
$$\frac{12\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{6-z}{z} \Rightarrow z = 2 \text{ e } \frac{6}{z} = \frac{18}{y} \Rightarrow \boxed{y = 6}$$

III) **Falsa**, $\boxed{h = 4\,cm}$

IV) **Verdadeira**, $S_{CEF} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6\sqrt{2} \cdot 2}{2} \Rightarrow \boxed{S_{CEF} = 6\sqrt{2}\,cm^2}$

RESPOSTA: opção b

22 - Observe a figura abaixo.



Dados:

$\overline{FE} = x$

$\overline{DE} = 2(\overline{FE})$

$\overline{AB} = 3R$

$\overline{BC} = R\sqrt{5}$

$\overline{CD} = (R-1)\sqrt{5}$

Nela, estão representadas uma circunferência de centro O e raio R, as retas **t** e **u**, tangentes à circunferência em A e D, respectivamente, a reta **v** que contém os pontos C, O, F e E e os pontos B, C e D pertencem à reta **w**

Classifique em **(V)** verdadeiro ou **(F)** falso cada item abaixo e, a seguir, marque a seqüência correta.

( ) A medida do segmento $\overline{OA}$ é 5 cm

( ) O segmento $\overline{CE}$ mede $13,\overline{3}$ cm

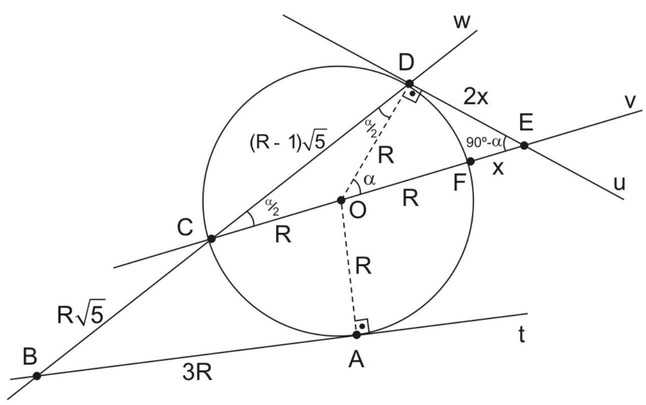
( ) $\cos\ (F\hat{E}D) < \cos 60°$

( ) A medida do ângulo $C\hat{D}E$ é a metade da medida do ângulo $F\hat{O}D$

a) V – V – F – F
b) V – F – F – V
c) F – V – V – F
d) F – F – V – V

RESOLUÇÃO

Considere a figura com as medidas possíveis.

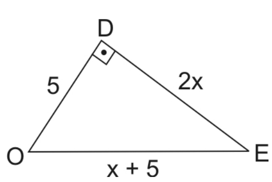


1º) Encontrando R

$$\left(\overline{AB}\right)^2 = \overline{BC} \cdot \overline{BD}$$

$$(3R)^2 = R\sqrt{5} \cdot \left(2R\sqrt{5} - \sqrt{5}\right) \Rightarrow R = 5\,\text{cm}$$

2º) Encontrando x



$$\Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

Assim:

I) **Verdadeiro**, $\overline{OA} = 5\,\text{cm} \Rightarrow$ Raio

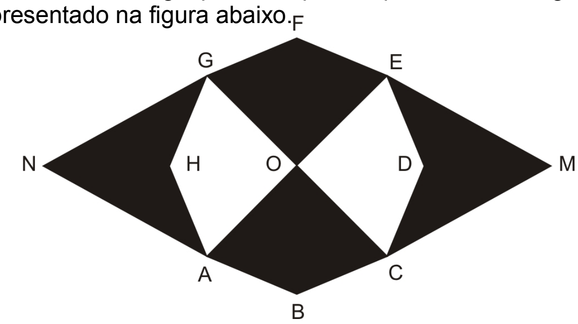
II) **Verdadeiro**, $\overline{CE} = 2R + x = 10 + \dfrac{10}{3}$

IV) **Falso**, $\cos(F\hat{E}D) = \cos(O\hat{E}D) = \dfrac{4}{5} > \dfrac{1}{2}$

IV) **Falso**, $C\hat{D}E = 90° + \dfrac{\alpha}{2}$ e $F\hat{O}D = \alpha$

RESPOSTA: opção a

23 - O dono de um restaurante, desejando uma logomarca moderna para a fachada de seu ponto comercial, encomendou a um desenhista um logotipo. O esquema que lhe foi entregue está representado na figura abaixo.



Dados:	
1)	$\overline{AB} \equiv \overline{BC} \equiv \overline{CD} \equiv \overline{DE} \equiv \overline{EF} \equiv \overline{FG} \equiv \overline{GH} \equiv \overline{HA}$
2)	$\overline{AO} \equiv \overline{BO} \equiv \overline{CO} \equiv \overline{DO} \equiv \overline{EO} \equiv \overline{FO} \equiv \overline{GO} \equiv \overline{HO} = 2\,\text{m}$
3)	$\overline{AG} \equiv \overline{AN} \equiv \overline{NG} \equiv \overline{CM} \equiv \overline{EM} \equiv \overline{CE}$

A área pintada do logotipo, em cm^2, será de

a) $4(\sqrt{3}+1)$
b) $2(\sqrt{3}+1)$
c) $4(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)$
d) $[2(\sqrt{3}+\sqrt{2}+4)]$

RESOLUÇÃO

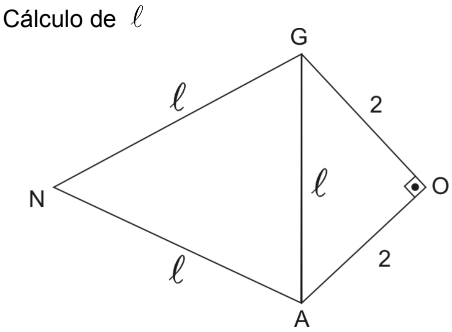
Como $S_{OEFG} = S_{OAHG}$, temos que a área total pode ser dada por:

$$S_T = 2 \cdot S_{OANG} = 2 \cdot \left[S_{ANG} + S_{AGO}\right]$$

$$S_T = 2 \cdot \left[\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} + \frac{\left(\overline{AO}\right)^2}{2}\right]$$

$$S_T = 4\left(\sqrt{3}+1\right)\text{cm}^2$$

Cálculo de ℓ



$\ell = 2\sqrt{2}$

OBS.: $A\hat{O}G = 90° = 2 \cdot$ ângulo central do octógono regular.

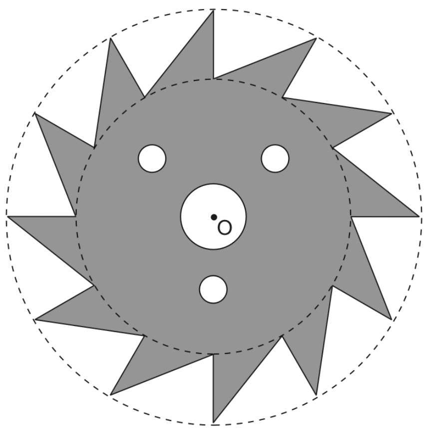
RESPOSTA: opção a

Para as questões de número 24 e 25 considere os seguintes dados:

$\pi = 3{,}1$	$\sqrt{2} = 1{,}4$	$\sqrt{3} = 1{,}7$	$\sqrt{5} = 2{,}2$	$\sqrt{7} = 2{,}6$

e ainda a seguinte situação.

As medalhas usadas para a premiação nos jogos interclasse dos alunos da EPCAR serão construídas a partir do croqui abaixo usando-se chapas de metal, de espessura desprezível.



A diferença entre as medalhas para 1º, 2º e 3º lugares estará no fio de Ouro, Prata ou Bronze, respectivamente, que circundará a linha poligonal externa de cada medalha e que será colocado depois de cortada a peça no formato acima.

No desenho, as linhas tracejadas são circunferências com centro no ponto O e diâmetros medindo 30 mm e 20 mm

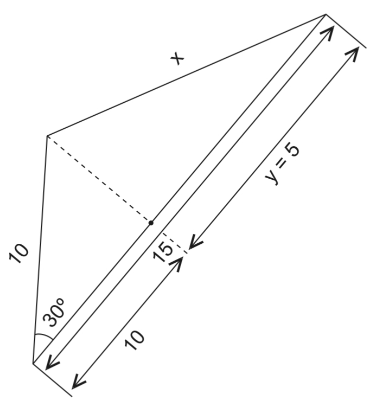
Os pontos, de extremidade da medalha que ficam sobre as circunferências, estão igualmente espaçados. O furo central circular em branco, tem centro no ponto O e raio medindo 3 mm Os outros três furos circulares menores em branco têm, cada um, área igual a $\frac{\pi}{3}$ mm^2

24 - Se N é o número que representa o comprimento total da linha poligonal que envolverá cada medalha, então a soma dos algarismos do número quadrado perfeito mais próximo de N, será

a) 4
b) 7
c) 9
d) 16

RESOLUÇÃO

N será dado por 12(x + y), onde x e y são as medidas indicadas na figura:



Pela Lei dos Cossenos, pode-se calcular o valor de x:

$x^2 = y^2 + 15^2 - 2.y.15 \cos 30º$
x = $\sqrt{70}$
x = 8,008
Então N = 12(x + y) = 156,096
O número quadrado perfeito mais próximo de 156,096 é 144
Portanto: 1 + 4 + 4 = 9

RESPOSTA: opção c

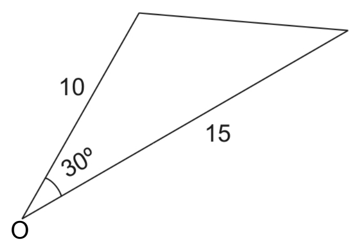
25 - A área da região sombreada no croqui usado na preparação da peça de metal é dada por um número cuja soma dos algarismos é divisível por

a) 7
b) 11
c) 13
d) 19

RESOLUÇÃO

A área sombreada pode ser calculada fazendo-se:

① 12 triângulos congruentes



$S_1 = 12 \cdot \frac{10 \cdot 15}{2} \cdot \text{sen}\, 30º$

S_1 = 450 mm^2

② furo central $\Rightarrow S_2 = \pi R^2 \Rightarrow S_2$ = 27,9 mm^2

③ 3 furos menores $\Rightarrow S_3 = 3 \cdot \frac{\pi}{3} \Rightarrow S_3 = 3{,}1$ mm^2

$S = S_1 - S_2 - S_3$

S = 419 mm^2

4 + 1 + 9 = 14 que é $\boxed{\text{divisível por 7}}$

RESPOSTA: opção a