Alexandre da Hora – Cel
Comandante e Diretor de Ensino

CMB

COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA

Caderno de Questões

Prova de Matemática

1º Ano – Ensino Médio

CONCURSO DE ADMISSÃO
ANO 2017/2018

ORIENTAÇÕES AO CANDIDATO

1. A prova de Matemática é constituída de **UM CADERNO DE QUESTÕES e UM CARTÃO-RESPOSTA.**
2. Este caderno de questões é constituído de **21 (vinte e uma)** páginas, incluindo a capa.
3. O tempo de duração desta prova é de 03 (três) horas, incluído o tempo destinado à entrega da prova, orientações ao candidato e ao preenchimento do **CARTÃO-RESPOSTA.**
4. **CONFIRA TODAS AS PÁGINAS** do caderno. Qualquer falha de impressão ou falta de folhas deve ser comunicada ao fiscal, no prazo máximo de 15 (quinze) minutos após o início da prova. As devidas providências serão tomadas.
5. Escreva seu **NÚMERO DE INSCRIÇÃO** e seu **NOME COMPLETO, EM LETRA DE FORMA**, na parte inferior desta página.
6. Esta Prova de Matemática é composta de **20 (vinte) questões** de Múltipla-Escolha, contendo 5 (cinco) opções de resposta cada, correspondendo, no total, à nota 10,0 (dez).
7. O fiscal avisará quando faltarem **30 (trinta)** e **10 (dez)** minutos para o término da prova.
8. Concluindo a prova, antes do tempo estabelecido, reveja suas respostas e transcreva-as para o **CARTÃO-RESPOSTA.**
9. Quando o fiscal avisar que o tempo da prova terminou, nada mais escreva e aguarde para que ele recolha o seu **CARTÃO-RESPOSTA** e o seu **CADERNO DE QUESTÕES** (Caso termine antes das 12h).
10. **O candidato** somente poderá sair do local de aplicação **após transcorridos 45 minutos** do início da prova. **O CADERNO DE QUESTÕES NÃO** poderá ser levado pelo candidato que sair antes das 12h.
11. Somente SERÃO CORRIGIDAS AS SOLUÇÕES CONSTANTES no **CARTÃO-RESPOSTA.**
12. Utilizar somente **caneta esferográfica** de tinta **AZUL** ou **PRETA** para a marcação das questões no **CARTÃO-RESPOSTA.**

BOA PROVA!

Nº de inscrição: | | | | | |

Nome: ____________________

MÚLTIPLA-ESCOLHA

(Marque com um "X" a única opção que atende ao que é solicitado em cada questão).

Divertimentos Matemáticos

Imagine que, desde o início dos tempos, monges de um templo movam continuamente discos de um lado para outro e que a conclusão dessa atividade coincida com o fim do mundo. Conte a quantidade de coelhos de uma raça imortal e encontre um padrão numérico repleto de propriedades. Conheça a lenda de uma tartaruga que tinha nas costas o desenho de um quadrado mágico. Experimente jogar uma agulha sobre o chão para encontrar uma das constantes mais antigas da matemática. Encontre um tesouro escondido debaixo das coordenadas de um plano cartesiano. É fato que a matemática tem aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento, mas também existe o seu aspecto lúdico e recreativo. Aliás, vários resultados com relevância reconhecida tiveram sua origem em jogos, charadas, quebra-cabeças e outros divertimentos. Por isso, aproveite essa oportunidade para conhecer a origem de alguns dos problemas mais famosos da matemática. Boa prova e bom divertimento!

Seguem abaixo algumas definições que podem ser úteis nessa prova.

1. Considere uma amostra de dados formada por n números reais $x_1, x_2, \ldots, x_n$ tais que $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$. **A média aritmética** (M_a) e a **mediana** (M_e) dessa amostra são definidas da seguinte forma:

$$M_a = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \qquad M_e = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}, & \text{se n for ímpar} \\ \dfrac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}, & \text{se n for par} \end{cases}$$

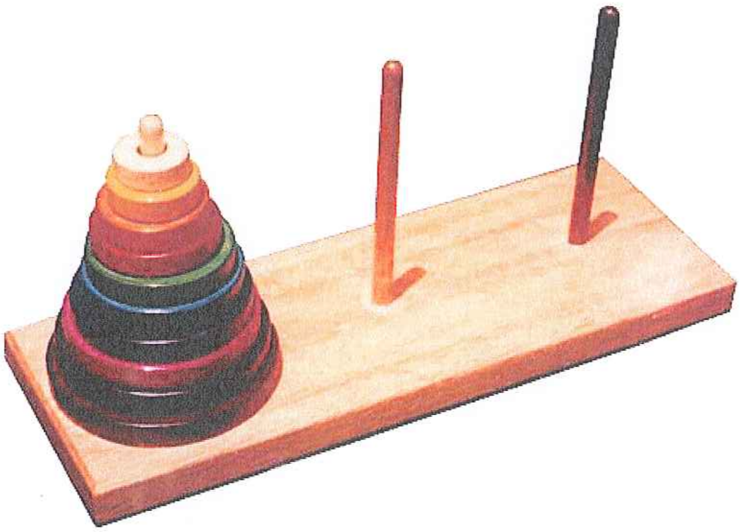
   Além disso, a **moda** dessa amostra é o valor que ocorre mais vezes, isto é, aquele com maior frequência absoluta. Uma amostra com duas modas é dita **bimodal**. Por outro lado, quando todos os valores de uma amostra têm a mesma frequência absoluta, dizemos que ela não tem moda.

2. A **bissetriz** de um ângulo é uma semirreta interna ao ângulo, com origem no vértice do ângulo e que divide o ângulo em dois ângulos congruentes.
3. A **distância entre um ponto e uma reta** é a distância do ponto ao pé da perpendicular à reta dada, traçada pelo ponto.

Leia o texto abaixo para responder às **QUESTÕES 01, 02 e 03.**

Divertimento nº 1 – A Torre de Hanói

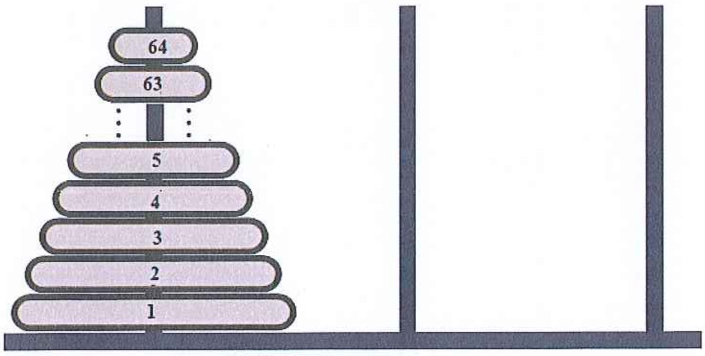
A Torre de Hanói, também conhecida por torre de bramanismo ou quebra-cabeça do fim do mundo, foi inventada e vendida como brinquedo, no ano de 1883, pelo matemático francês Édouard Lucas. O jogo se apresenta em uma base que possui três pinos na posição vertical. No primeiro pino, temos uma sequência de discos (torre) que decrescem em diâmetro, de baixo para cima. O objetivo é passar todos os discos para o último pino com a ajuda do pino central, de modo que, no momento da transferência, um disco de maior diâmetro nunca fique sobre um de diâmetro menor. A figura abaixo mostra uma versão do brinquedo com 10 discos.



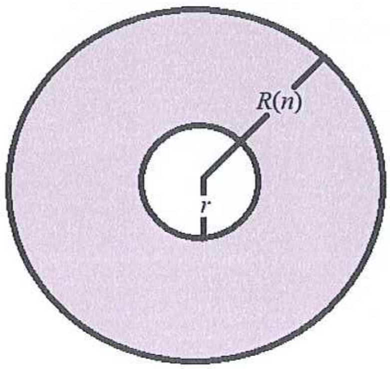
http://praticasinclusivas1.blogspot.com.br (acesso 27/08/2017)

Consta que Édouard teria sido inspirado por uma lenda Hindu, a qual falava de um templo em Benares, cidade da Índia, onde existia uma torre sagrada do bramanismo. De acordo com a lenda, no grande templo de Benares, debaixo da cúpula que marca o centro do mundo, há uma placa de bronze sobre a qual estão fixados três pinos de diamante. Em um desses pinos, o deus Brahma, no momento da criação do mundo, colocou 64 discos de ouro puro. A atribuição que os monges do templo receberam foi de transferir, do primeiro para o último pino, a torre formada pelos 64 discos, seguindo as regras acima mencionadas. Os monges deveriam trabalhar com eficiência noite e dia e, quando terminassem o trabalho, o templo seria transformado em pó e o mundo acabaria.

Considere que os 64 discos a serem movidos pelos monges sejam numerados, desde a base da torre, sequencialmente, a partir do número 1, até que o disco que está no topo da torre seja o de número 64.



Suponha que cada um desses discos seja uma coroa circular, isto é, uma região limitada por duas circunferências de mesmo centro, conforme ilustra a figura a seguir.



A medida do raio da circunferência interna é igual a r metros em todos os discos da torre. Por outro lado, a medida do raio da circunferência externa depende da posição do disco na torre, sendo descrita pela função dada por

$$R(n) = \frac{-0,5n^2 + 0,5n + \alpha}{1000},$$

em que $R(n)$ é a medida do raio da circunferência externa, em metros, do disco de número n, $n \in \{1,2,3,\ldots,64\}$, e α é um número real. Note que $r < R(n)$ para todo $n \in \{1,2,3,\ldots,64\}$.

QUESTÃO 01. Se r for igual **0,4**, qual das alternativas abaixo apresenta um valor possível para α?

A ( ) 2500
B ( ) 2000
C ( ) 1500
D ( ) 1000
E ( ) 500

QUESTÃO 02. Suponha que a medida do raio da circunferência externa do disco de número 1 seja de 2,275 metros. Qual é a quantidade total de discos da torre que têm medida do raio da circunferência externa inferior a um metro?

A ( ) 14
B ( ) 13
C ( ) 12
D ( ) 11
E ( ) 10

QUESTÃO 03. Seja D uma função dada por

$$D(n) = 1000\left(R(n+1) - R(n)\right) \text{ ,}$$

em que $n \in \{1, 2, 3, \ldots, 63\}$. Então, o gráfico cartesiano de D está contido em uma

A ( ) reta que intersecta o eixo das ordenadas no ponto $(0,0)$.

B ( ) reta que intersecta o eixo das ordenadas no ponto $(0,1)$.

C ( ) reta que intersecta o eixo das abscissas no ponto $(1,0)$.

D ( ) parábola que intersecta o eixo das ordenadas no ponto $(0,0)$.

E ( ) parábola que intersecta o eixo das ordenadas no ponto $(0,1)$.

Leia o texto abaixo para responder às **QUESTÕES 04, 05 e 06.**

Divertimento nº 2 – Números de Fibonacci.

Leonardo de Pisa, também conhecido como Leonardo Fibonacci, foi o primeiro grande matemático da Europa Cristã Medieval. Quando jovem, fez várias viagens pelo Egito, Síria, Grécia e Constantinopla, onde estudou diversos sistemas de numeração. Convencido da superioridade e praticidade do sistema de numeração indo-arábico, publicou em 1202 o *Liber Abaci* ("O Livro do Cálculo"). Nele, Fibonacci apresentou o seguinte **problema de geração de coelhos**:

"Um casal de filhotes de coelhos, pertencentes a uma raça imortal, foi colocado em um lugar cercado de muros intransponíveis por todos os lados. Sabe-se que, nessa raça, um casal de coelhos maduros gera, a cada mês, um par de filhotes de coelhos, sendo necessários dois meses para que um par de filhotes de coelhos se torne maduro. ***Dessa forma, quantos casais de coelhos haverá nesse lugar um ano após a chegada do primeiro casal de coelhos?***

Denote por F_n o número de pares de coelhos n meses após a chegada do primeiro casal de coelhos. Assim,

$$F_0 = 1,\ F_1 = 1,\ F_2 = 2,\ F_3 = 3,\ F_4 = 5,\ F_5 = 8,\ F_6 = 13,\ \ldots$$

Essa sequência de números foi chamada pelo matemático francês Édouard Lucas, no século XIX, de *Sequência de Fibonacci*. **Note que cada número dessa sequência, a partir do terceiro, é a soma dos dois anteriores**. Assim, por exemplo, $F_2 = F_1 + F_0$, $F_3 = F_2 + F_1$, $F_4 = F_3 + F_2$, $F_5 = F_4 + F_3$ etc.

QUESTÃO 04. Assinale a alternativa que corresponde à resposta ao **problema de geração de coelhos** proposto por Fibonacci no *Liber Abaci*.

A ( ) 34
B ( ) 55
C ( ) 89
D ( ) 144
E ( ) 233

QUESTÃO 05. Considere uma amostra formada por 8 números consecutivos da *Sequência de Fibonacci*, isto é

$$F_n,\ F_{n+1},\ F_{n+2},\ \ldots,\ F_{n+7}\ ,$$

em que n é um número natural. Sejam M_e e M_a a mediana e a média aritmética dessa amostra, respectivamente. Então, a soma dos dois primeiros elementos dessa amostra, isto é, $F_n + F_{n+1}$, é igual a

A ( ) $\dfrac{8M_a - 11M_e}{5}$.

B ( ) $\dfrac{4M_a - 3M_e}{8}$.

C ( ) $\dfrac{8M_a - 12M_e}{3}$.

D ( ) $\dfrac{8M_a - 9M_e}{9}$.

E ( ) $\dfrac{8M_a - 9M_e}{8}$.

QUESTÃO 06. Sejam

$$x = F_n \cdot F_{n+3},\ y = 2 \cdot F_{n+1} \cdot F_{n+2} \text{ e } z = (F_{n+1})^2 + (F_{n+2})^2,$$

em que F_n, F_{n+1}, F_{n+2} e F_{n+3} (n natural) são quatro números consecutivos da Sequência de Fibonacci. Pode-se mostrar que o triângulo cujos lados têm medidas, em cm, iguais a x, y e z é retângulo. Em relação aos lados desse triângulo, é correto afirmar que a hipotenusa tem medida, em cm, igual a

A ( ) x e os catetos têm medidas diferentes.

B ( ) y e os catetos têm medidas iguais.

C ( ) y e os catetos têm medidas diferentes.

D ( ) z e os catetos têm medidas iguais.

E ( ) z e os catetos têm medidas diferentes.

Leia o texto abaixo para responder às **QUESTÕES 07, 08 e 09.**

Em meados do século XIX, o matemático francês Jacques Phillipe Marie Binet (1786–1856) redescobriu uma fórmula que, aparentemente, era conhecida no século XVIII pelo matemático Leonhard Euler (1707–1783) e pelo matemático francês Abraham de Moivre (1667–1754). Ele mostrou que cada número F_n da *Sequência de Fibonacci* pode ser obtido por meio da fórmula

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(r^{n+1} - s^{n+1}\right) \ ,$$

em que r e s ($r > s$) são as raízes da equação $x^2 = x + 1$.

QUESTÃO 07. É correto afirmar que

A ( ) $r + s = -1$.

B ( ) $r \cdot s = 1$.

C ( ) $r^2 + s^2 > 3$.

D ( ) $(r - s)^2 = 5$.

E ( ) $r^2 - s^2 < 2$.

QUESTÃO 08. Considere uma sequência de números G_0, G_1, G_2, G_3, G_4, ... dada pela fórmula

$$G_n = \frac{1}{s^{n+1}} - \frac{1}{r^{n+1}}$$

para todo n natural. Então, $\frac{G_{10}}{F_{10}}$ é igual a

A ( ) 1.

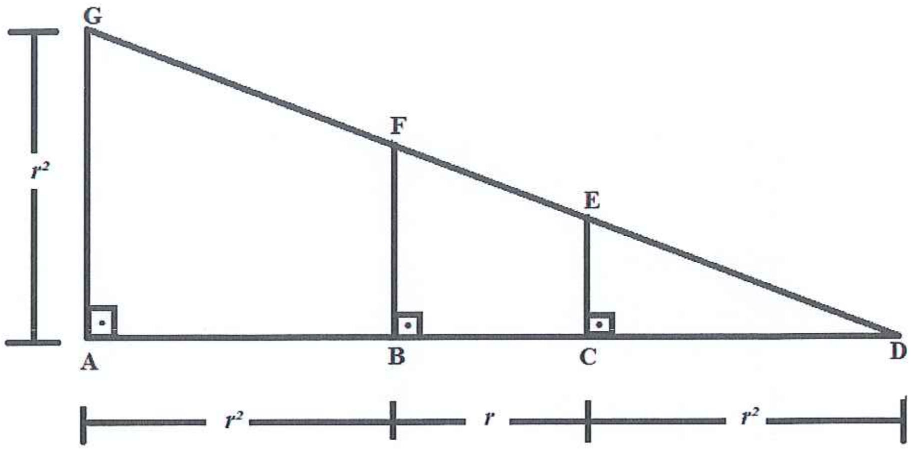
B ( ) $-\sqrt{5}$.

C ( ) $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D ( ) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

E ( ) $\sqrt{5}$.

QUESTÃO 09.



No triângulo ADG acima, os ângulos $G\hat{A}D$, $F\hat{B}D$ e $E\hat{C}D$ são retos. Além disso, as medidas dos segmentos $\overline{AG}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ medem, em cm, respectivamente, r^2, r^2, r e r^2, lembrando que r é uma das raízes da equação $x^2 = x + 1$. Dessa forma, a soma das medidas, em cm, dos segmentos $\overline{BF}$ e $\overline{CE}$ é igual a

A ( ) 1.

B ( ) r.

C ( ) r^2.

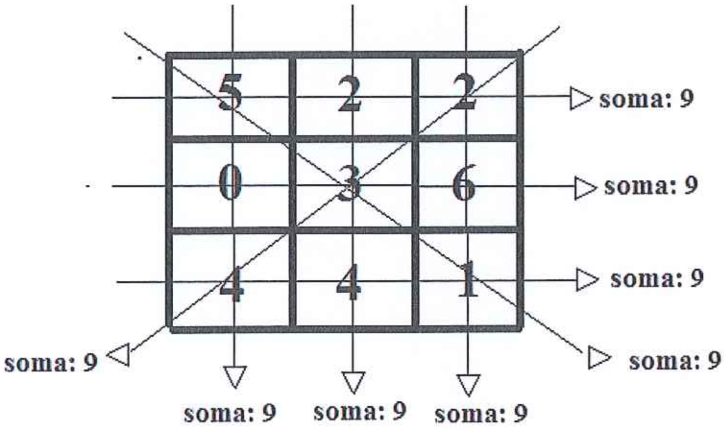
D ( ) r^3.

E ( ) r^4.

Leia o texto abaixo para responder às **QUESTÕES 10, 11 e 12.**

Divertimento nº 3 – Quadrados Mágicos.

O problema do quadrado mágico consiste em posicionar números inteiros numa tabela, de forma que as somas, em cada linha, cada coluna e cada uma das duas diagonais principais sejam iguais. Essa soma é denominada *soma mágica*. Por exemplo, a tabela a seguir é um quadrado mágico em que a *soma mágica* é 9.



Dizemos que um quadrado mágico é de ordem *n* quando ele tem *n* linhas e *n* colunas. Um quadrado mágico de ordem *n* formado por todos os números inteiros de 1 até n^2 é denominado *quadrado mágico normal.* Nesse sentido, a tabela abaixo é um quadrado mágico normal de ordem 3 com soma mágica igual a 15.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Pode-se mostrar que, em todo quadrado mágico de ordem 3, o elemento que está na 2ª linha e na 2ª coluna é um terço da soma mágica.

O quadrado mágico normal de ordem 3 acima já era conhecido na China por volta do ano 3000 a.C. Diz uma lenda que ele foi visto pela primeira vez nas costas de uma tartaruga que emergia do rio Lo.

Um quadrado mágico de ordem 4 aparece, por exemplo, na gravura *Melancholia I,* feita pelo pintor alemão Albrecht Dürer em 1514.

http://mostramat.blogspot.com.br (acesso 27/08/2017)

QUESTÃO 10. Considere que a tabela abaixo é um quadrado mágico. Nela, alguns valores foram omitidos e, além disso, m e n são inteiros positivos.

$*$	$*$	$m^{\frac{3}{2}}$
$*$	$*$	$*$
$5n^{\frac{2}{5}}$	6	$n^{\frac{4}{5}}$

Se a *soma mágica* desse quadrado é igual a 42, então $m+n$ é igual a

A ( ) 52.
B ( ) 48.
C ( ) 44.
D ( ) 40.
E ( ) 36.

QUESTÃO 11. Considere que a tabela abaixo é um quadrado mágico em que a, b, c, d, e, f e g são números inteiros.

a	b	c
28	d	e
f	g	20

Se a média aritmética da amostra formada pelos elementos desse quadrado mágico é igual a 16, então essa amostra

A ( ) é bimodal.
B ( ) tem mediana maior que 16.
C ( ) tem mediana menor que 16.
D ( ) tem moda igual a 16.
E ( ) não tem moda.

QUESTÃO 12. Considere que as tabelas abaixo são quadrados mágicos em que a, b, c, d, e, f, x e y são números inteiros.

x^2-2	a	$8-x$
y^2-x	b	x^2+1
$2y^2$	c	x^2

(Quadrado Mágico 1)

y^2-1	x^2-1	$4y+1$
d	e	f
y^2+2	$25-x^2$	x^2

(Quadrado Mágico 2)

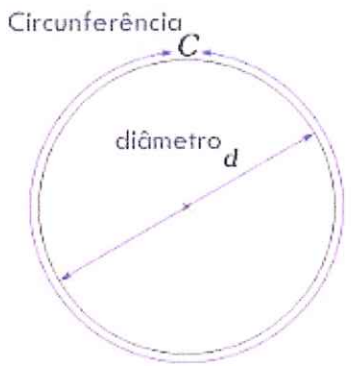
Assinale a alternativa que corresponde ao valor da diferença $x-y$.

A ( ) 1
B ( ) −1
C ( ) 7
D ( ) −7
E ( ) 0

Leia o texto abaixo para responder às **QUESTÕES 13 e 14.**

Divertimento nº 4 – As agulhas de Buffon

É um fato bem conhecido, desde a antiguidade, que a razão entre a circunferência e o diâmetro de um círculo, qualquer que seja o seu raio, tem valor constante. Esse valor é representado pela letra grega π.



$$\frac{\text{Circunferência}}{\text{diâmetro}} = \pi$$

O fascínio pelo π e a determinação do seu valor têm acompanhado a matemática ao longo da sua história. São apresentados, a seguir, alguns valores que foram dados para esse número ao longo do tempo.

- 3 (hebreus);
- $4\left(\frac{8}{9}\right)^2$ (egípcios);
- $3+\frac{7}{60}+\frac{30}{60^2}$ (babilônios);
- $\frac{355}{113}$ (chineses).

No entanto, em 1767, o matemático suíço Johann Heinrich Lambert demonstrou que π é um número irracional.

QUESTÃO 13. Considere o fragmento de texto a seguir a respeito da representação decimal de um número racional.

"Notemos que todo número racional $\frac{a}{b}$ pode ser representado por um número decimal. Passa-se de um número racional $\frac{a}{b}$ para a forma de número decimal dividindo o inteiro a pelo inteiro b. Na passagem de uma notação para outra podem ocorrer dois casos:

1º) o número decimal tem uma quantidade finita de algarismos, diferentes de zero, isto é, é um **decimal exato**.

2º) O número decimal tem uma quantidade infinita de algarismos que se repetem periodicamente, isto é, é uma **dízima periódica**."

Fonte: Iezzi, Gelson. Fundamentos de Matemática Elementar 1. São Paulo: Atual, 2011 (adaptado).

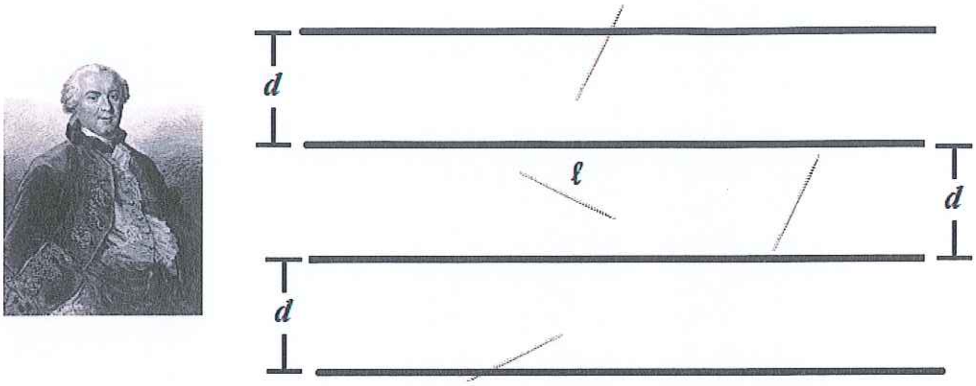
Com base nessas informações, são dízimas periódicas os valores dados para o π pelos

A ( ) hebreus e babilônios.
B ( ) babilônios e chineses.
C ( ) babilônios e egípcios.
D ( ) chineses e egípcios.
E ( ) egípcios e hebreus.

QUESTÃO 14. Sejam, respectivamente, C e d a medida da circunferência e a medida do diâmetro, em *cm*, de um círculo. É correto afirmar que se

A ( ) C é um número inteiro, então d é um número inteiro.
B ( ) d é um número inteiro, então C é um número inteiro.
C ( ) C é um número inteiro, então d não é um número inteiro.
D ( ) C é um número racional, então d é um número racional.
E ( ) d é um número racional, então C é um número racional.

Leia o texto abaixo para responder às **QUESTÕES 15, 16, 17 e 18.**



http://www.invata-mate.info/history/photos/Buffon_5.jpeg (acesso 27/08/2017)

Em 1777, Georges Louis Leclerc, Conde de Buffon, concebeu o seguinte **método estatístico** que permite obter uma aproximação para o número π:

1) Em um plano horizontal, trace um feixe de retas paralelas igualmente espaçadas (conforme ilustra a figura acima) e denote por d a menor distância entre duas retas (distintas) desse feixe.
2) Realize n lançamentos, ao acaso, de uma agulha de comprimento $\ell < d$ sobre o plano.
3) Contabilize o número de vezes em que a agulha intersecta uma das retas do feixe depois de atingir o repouso. Denote por k esse número.

Buffon mostrou que, para valores suficientemente grandes de n, uma aproximação para o número π é dada pela expressão

$$\frac{2\ell n}{dk}.$$

O melhor resultado por esse método foi obtido, em 1901, pelo italiano Lazzerini. Com 3408 lançamentos de uma agulha, ele obteve π corretamente até a sexta casa decimal.

QUESTÃO 15. Suponha que, nos 3408 lançamentos realizados por Lazzerini, a razão $\frac{d}{\ell}$ seja igual a $\frac{10848}{355}$. Além disso, considere que ele tenha obtido como aproximação para π o número $\frac{355}{113}$. Tem-se, dessa forma,

A ( ) $k \leq 40$.
B ( ) $40 < k \leq 50$.
C ( ) $50 < k \leq 60$.
D ( ) $60 < k \leq 70$.
E ( ) $k \geq 70$.

QUESTÃO 16. Seguindo o exemplo do italiano Lazzerini, cinco alunos do 9º ano do CMB realizaram, separadamente, lançamentos de uma agulha de comprimento igual a 2 cm em um plano horizontal, no qual havia um feixe de retas paralelas igualmente espaçadas, sendo de 4 cm a menor distância entre elas. Em seguida, eles utilizaram a fórmula de Buffon para obterem aproximações de π. Na tabela abaixo, estão registrados os resultados obtidos por eles.

Pessoa	Número de lançamentos	Número de vezes que a agulha intersectou uma das retas do feixe de paralelas.
Aluno 1	6300	2000
Aluno 2	3160	1000
Aluno 3	1570	500
Aluno 4	626	200
Aluno 5	315	100

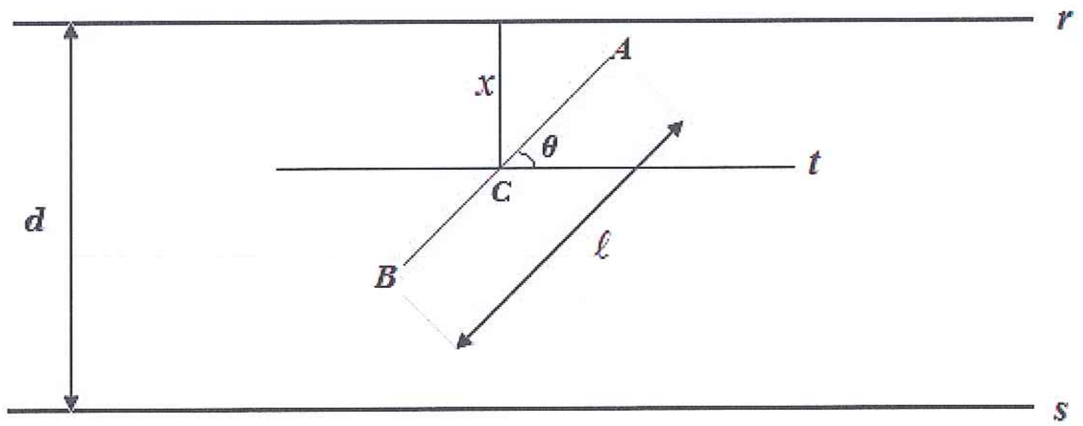
Considere a amostra formada pelas cinco aproximações de π obtidas por esses alunos; e sejam M_e, M_a e M_o, respectivamente, a mediana, a média aritmética e a moda dessa amostra. Tem-se, dessa forma,

A ( ) $M_a = M_o = M_e$.
B ( ) $M_a < M_o = M_e$.
C ( ) $M_a < M_o < M_e$.
D ( ) $M_a = M_o < M_e$.
E ( ) $M_a > M_o = M_e$.

Considere as informações dadas na descrição do método de Buffon e leia o texto abaixo para responder às **QUESTÕES 17 e 18.** O texto diz respeito à posição da agulha depois que ela é lançada no plano horizontal.

Sejam *A* e *B* as extremidades da agulha e seja *C* o seu ponto médio. Suponha que *r* seja a reta do feixe de paralelas que está mais próxima de *C*, depois que a agulha toca o plano e atinge o repouso. Seja *t* a reta que passa por *C* e é paralela a *r*. Além disso, suponha que a agulha não seja perpendicular e nem paralela à reta *t*. Seja θ, $0 < \theta < 90°$, o ângulo que a agulha faz com a reta *t* e seja *x* a distância do ponto *C* à reta *r*.

A figura abaixo representa uma das configurações que se enquadra na situação descrita acima.



<u>QUESTÃO 17.</u> Se a medida de θ for igual a $30°$, então a distância do ponto *A* à reta *t* é igual a

A ( ) $\frac{\ell}{2}$.

B ( ) $\frac{\ell}{3}$.

C ( ) $\frac{\ell}{4}$.

D ( ) $\frac{\ell}{5}$.

E ( ) $\frac{\ell}{6}$.

QUESTÃO 18. A fim de que a agulha **não intersecte** a reta *r*, deve-se ter, necessariamente,

A ( ) $x > \dfrac{\ell \cdot \text{tg}\,\theta}{2}$.

B ( ) $x < \dfrac{\ell \cdot \cos\theta}{2}$.

C ( ) $x > \dfrac{\ell \cdot \cos\theta}{2}$.

D ( ) $x > \dfrac{\ell \cdot \text{sen}\,\theta}{2}$.

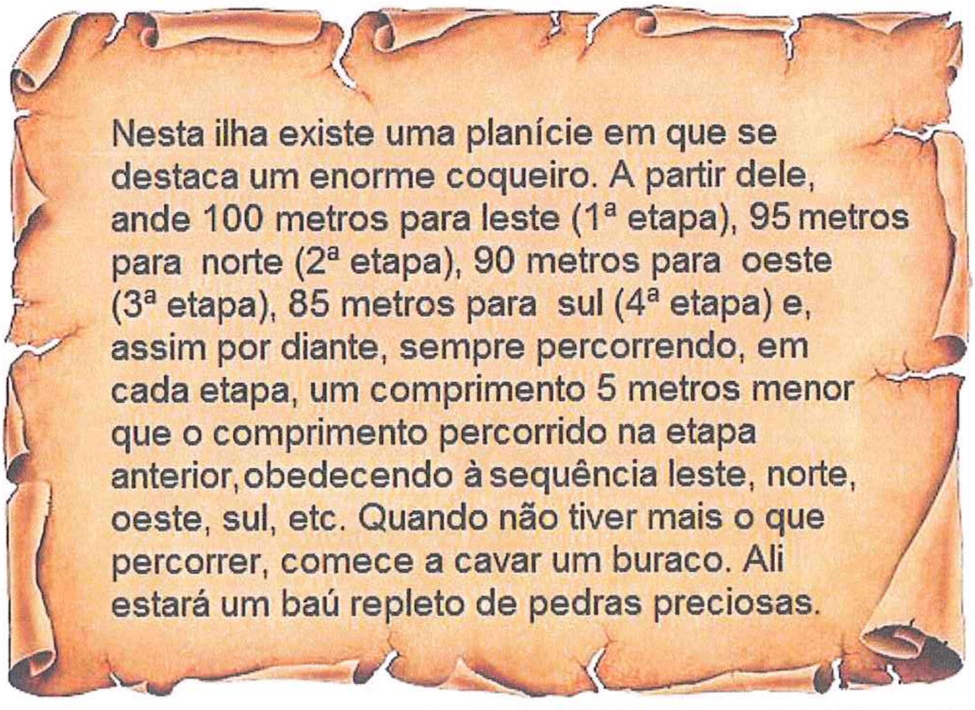
E ( ) $x < \dfrac{\ell \cdot \text{sen}\,\theta}{2}$.

O texto a seguir serve de base para as **QUESTÕES 19** e **20**.

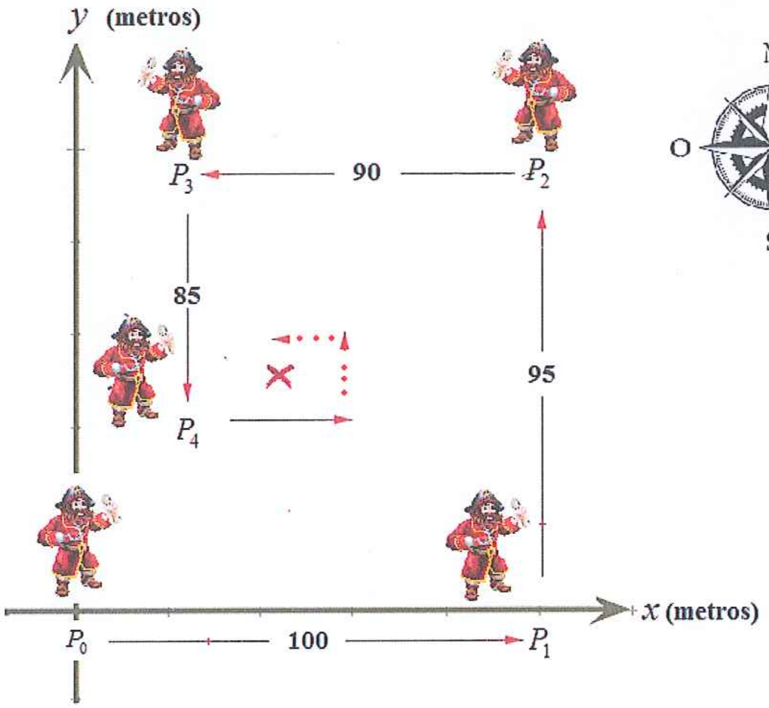
Divertimento nº 5 – As coordenadas do tesouro.

Em 1947, o físico americano George Gamov publicou um dos mais famosos livros de matemática recreativa: *One, Two, Three...Infinity*. Nesse livro, aparece um dos mais conhecidos problemas envolvendo coordenadas cartesianas em uma brincadeira de *caça ao tesouro:* Um jovem aventureiro encontra um pergaminho em que há instruções para encontrar um tesouro. Esse problema foi reproduzido em diversos outros livros e formatos. A seguir, baseado no problema de Gamov, apresentamos uma versão de *caça ao tesouro* em um plano cartesiano.

Quando aportou em uma ilha, um pirata encontrou, dentro de uma garrafa, o seguinte mapa:



Suponha que o pirata tenha encontrado o enorme coqueiro e seguido as instruções dadas no mapa. A figura abaixo é uma representação, no plano cartesiano, da trajetória seguida pelo pirata até encontrar o baú de pedras preciosas.



Nessa representação, o ponto P_0 corresponde ao *enorme coqueiro* descrito no mapa e é a origem do plano cartesiano. Além disso, o ponto P_1 corresponde à posição do pirata imediatamente após a execução da 1ª etapa; o ponto P_2, à posição do pirata imediatamente após a execução da 2ª etapa; e, de modo geral, o ponto P_n, à posição do pirata imediatamente após a execução da n-ésima etapa, em que n é um número natural.

QUESTÃO 19. Se P_4 é o ponto (a, b), então a soma de suas coordenadas, $a + b$, é igual a

A ( ) 10.
B ( ) 20.
C ( ) 30.
D ( ) 40.
E ( ) 50.

QUESTÃO 20. Ao seguir as instruções dadas no mapa, o pirata percorreu, do *enorme coqueiro* até a posição em que está enterrado o baú de pedras preciosas, um trajeto de comprimento, em metros,

A ( ) inferior a 400.

B ( ) superior ou igual a 400 e inferior a 600.

C ( ) superior ou igual a 600 e inferior a 800.

D ( ) superior ou igual a 800 e inferior a 1000.

E ( ) superior ou igual a 1000.

Sugestão: use que $1+2+3+\ldots+n=\dfrac{(1+n)n}{2}$ para todo número *n* natural.

FIM DA PROVA