CONCURSO DE ADMISSÃO 2018/2019

CMB

Cel Moraes
Comandante e Diretor de Ensino

COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA

Caderno de Questões

Prova de Matemática

1º Ano – Ensino Médio

ORIENTAÇÕES AO CANDIDATO

1. A prova de Matemática é constituída de **UM CADERNO DE QUESTÕES e UMA FOLHA DE RESPOSTAS.**
2. Este caderno de questões é constituído de **19 (dezenove)** páginas, incluindo a capa e folhas para rascunho.
3. O tempo de duração desta prova é de 03 (três) horas, incluído o tempo destinado à entrega da prova, orientações ao candidato e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS.**
4. **CONFIRA TODAS AS PÁGINAS** do caderno. Qualquer falha de impressão ou falta de folhas deve ser comunicada ao fiscal, no prazo máximo de 15 (quinze) minutos após o início da prova. As devidas providências serão tomadas.
5. Esta Prova de Matemática é composta de **20 (vinte) questões** de Múltipla-Escolha, contendo 5 (cinco) opções de resposta cada, correspondendo, no total, à nota 10,0 (dez).
6. O fiscal avisará quando faltarem **30 (trinta)** e **10 (dez)** minutos para o término da prova, **respectivamente**.
7. Concluindo a prova, antes do tempo estabelecido, reveja suas respostas e transcreva-as para a **FOLHA DE RESPOSTAS.**
8. Quando o fiscal avisar que o tempo da prova terminou, nada mais escreva e aguarde para que ele recolha a sua **FOLHA DE RESPOSTAS** e o seu **CADERNO DE QUESTÕES** (Caso termine antes das 12h).
9. **O candidato** somente poderá sair do local de aplicação **após transcorridos 45 minutos** do início da prova. **O CADERNO DE QUESTÕES NÃO** poderá ser levado pelo candidato que sair antes das 12h.
10. Somente SERÃO CORRIGIDAS AS SOLUÇÕES CONSTANTES na **FOLHA DE RESPOSTAS.**
11. Utilizar somente **caneta esferográfica** de tinta **AZUL** ou **PRETA** para a marcação das respostas na **FOLHA DE RESPOSTAS.**

MÚLTIPLA-ESCOLHA

(Marque com um "X" a <u>única</u> opção que atende ao que é solicitado em cada questão).

Benedita
pizzaria

http://www.shoppingcidadejardim.net.br (acesso 25/09/2018)

Benedita criou uma receita de pizza feita com uma massa bem fina e macia, com cobertura de mussarela e um molho de tomate com ervas. Quando alguém experimentava, imediatamente dizia "Benedita, que coisa gostosa! Eu quero a receita!", mas isso ela não dava. Os netos de Benedita, Naná e Claudinho, então propuseram que eles vendessem as pizzas, a fim de transformar elogios em dividendos. Juntaram as economias e, em uma loja da Rua Itaberaí, começaram o negócio. Benedita fazia as pizzas e os netos cuidavam da administração.

Esta prova vai contar um pouco da estória deste empreendimento familiar. Na verdade, vai mostrar que para transformar uma receita genial em um negócio rentável, a Matemática é fundamental!

https://br.pinterest.com (acesso 29/09/2018)

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 01 e 02.**

Texto 1 – O segredo da massa

A receita da pizza criada por Benedita é feita com fermentação natural, um processo que os egípcios já utilizavam por volta do ano de 2500 AC. Um preparo de fermento natural inicia-se quando 10 gramas de uma substância, conhecida como *pasta madre*, são adicionadas à água contida em um recipiente. A massa dessa substância gradativamente se dissolve na água até que haja apenas uma mistura homogênea. Seja m a massa residual da *pasta madre* na água, em gramas, após t horas do início de um preparo de fermento natural. Considere que m seja uma função de t definida por

$$m(t) = \begin{cases} 0{,}125t^2 - 2t + 10 & \text{se } 0 \leq t < 8 \\ -0{,}5t + 6 & \text{se } 8 \leq t \leq 12 \end{cases}.$$

Nessa função, $t = 0$ corresponde ao início de um preparo de fermento natural.

Questão 01. Se um preparo de fermento natural for iniciado às 6h00min; então, nesse dia, a massa residual da pasta madre na água será igual a 6,5 gramas em qual dos horários abaixo?

A. ( ) 7h30min
B. ( ) 8h00min
C. ( ) 8h30min
D. ( ) 9h00min
E. ( ) 9h30min

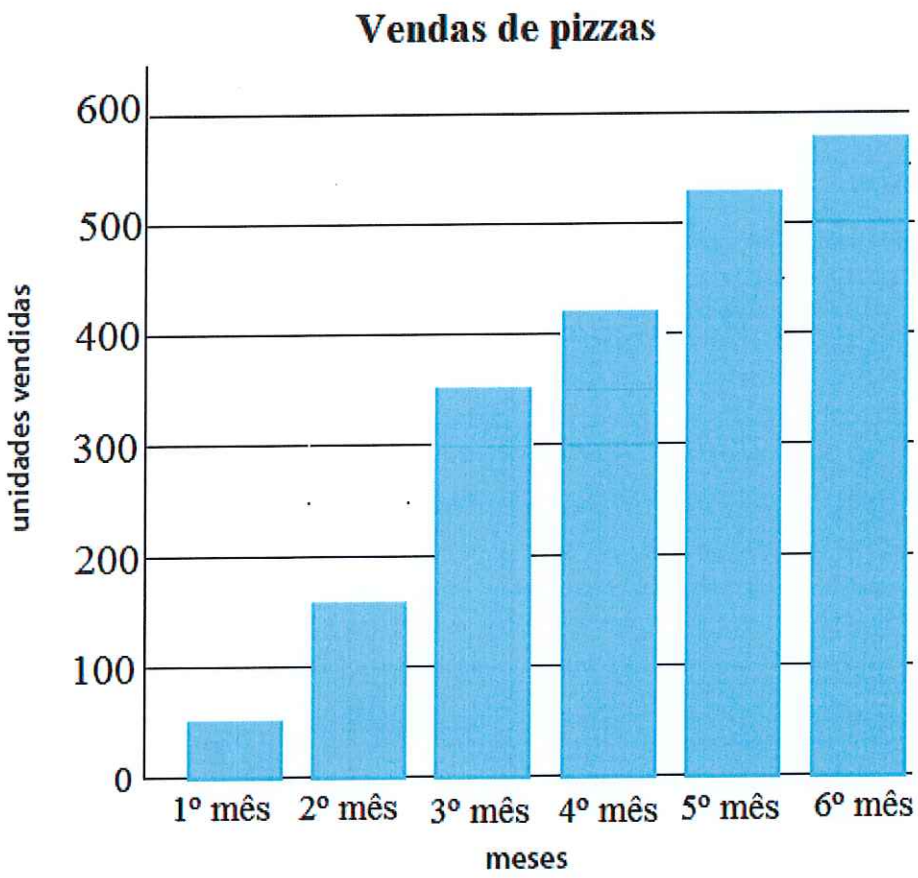
Questão 02. Em um determinado dia, Benedita iniciou dois preparos de fermento natural, um às 7h00min, e outro às 13h00min. A soma, em gramas, das massas residuais de *pasta madre* presentes na água de cada um desses preparos às 17h00min é igual a

A. ( ) 3,5.
B. ( ) 4,0.
C. ( ) 4,5.
D. ( ) 5,0.
E. ( ) 5,5.

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 03 e 04.**

Texto 2 – O início dos negócios

Quando Benedita e seus netos inauguraram a pizzaria, eles vendiam pizzas com o mesmo tamanho e sabor. Claudinho ficou responsável pela contabilidade da pizzaria e, ao término do primeiro semestre de funcionamento, registrou, no gráfico de barras abaixo, as vendas de pizzas em cada um dos seis meses.



Denote por x_i o número de unidades de pizzas vendidas no i-ésimo mês, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Segue do gráfico acima que $0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6 < 600$. Para responder as duas questões seguintes, considere que $x_1 = 59$ e $x_5 = 531$.

Questão 03. Considere uma amostra formada pelos números x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 e x_6. Sendo a média aritmética e a mediana dessa amostra, respectivamente, iguais a 350 e 377, assinale a alternativa que contém um valor possível para x_2.

A. ( ) 140
B. ( ) 145
C. ( ) 150
D. ( ) 155
E. ( ) 160

Questão 04. Os dados do gráfico de barras, construído por Claudinho, podem ser representados em um gráfico de setores. Para tanto, um círculo deve ser dividido em seis setores, cada um representando a quantidade de pizzas vendidas em um dos meses do primeiro semestre de funcionamento da pizzaria. Se o ângulo central do setor correspondente ao 1º mês tem medida igual a 10º, então a medida do ângulo central do setor correspondente ao 6º mês é

A. ( ) inferior a 85º.
B. ( ) superior a 85º e inferior a 90º.
C. ( ) igual a 90º.
D. ( ) superior a 90º e inferior a 102º.
E. ( ) superior a 102º.

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 05 e 06.**

Texto 3 –Pausa para um estudo

Depois dos seis primeiros meses de funcionamento da pizzaria, Naná sugeriu que fossem vendidas pizzas com outros tamanhos, isto é, com diâmetros diferentes do original. Coube a Claudinho escolher os novos tamanhos e apresentar seus respectivos custos. Para realizar essa tarefa, Claudinho teve que estudar um importante conceito relacionado a funções. Vamos acompanhá-lo nesse estudo!

A taxa de variação de uma função

Sejam r e s números reais distintos.

Definição

Seja f uma função definida no conjunto dos números reais. A **taxa de variação** de f em r e s, denotada por $T_f(r,s)$, é dada por

$$T_f(r,s) = \frac{f(r)-f(s)}{r-s}.$$

Considere os seguintes teoremas a respeito da taxa de variação de uma função. Eles podem ser demonstrados a partir da definição acima.

Teorema da taxa de variação de uma função afim

Se g é uma função afim definida no conjunto dos números reais e dada por $g(x) = ax+b$, em que a e b são números reais e $a \neq 0$, então a **taxa de variação** da função g em r e s é igual ao coeficiente a, ou seja,

$$T_g(r,s) = a.$$

Teorema da taxa de variação de uma função quadrática

Seja h uma função quadrática definida no conjunto dos números reais e dada por $h(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, em que α, β e γ são números reais e $\alpha \neq 0$, então a **taxa de variação** da função h em r e s é igual a $\alpha(r+s)+\beta$, ou seja,

$$T_h(r,s) = \alpha(r+s)+\beta.$$

Questão 05. Sejam x_1 e x_2 números reais tais que $0 < x_1 < x_2$. No plano cartesiano, considere o triângulo de vértices dados pelos pontos $A = (x_1, g(x_1))$, $B = (x_2, g(x_2))$ e $C = (x_2, g(x_1))$ em que a função g é definida conforme o **texto 3**, isto é, $g(x) = ax + b$. Sendo o coeficiente a um número real tal que $0{,}4 < a < 0{,}5$ e sendo $b > 0$, assinale a alternativa que apresenta um valor possível para a tangente do ângulo $A\hat{B}C$.

A. ( ) 0,45.
B. ( ) 1,50.
C. ( ) 2,21.
D. ( ) 3,10.
E. ( ) 4,00.

Questão 06 Considere a função h definida conforme o **texto 3**, isto é, $h(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$. Se x_1, x_2 e x_3 são números reais, dois a dois distintos, então $T_h(x_3, x_2) - T_h(x_2, x_1)$ é igual a

A. ( ) $(x_3 - x_1)\alpha$.
B. ( ) $2(x_3 - x_1)\alpha$.
C. ( ) $(x_3 + x_1)\alpha$.
D. ( ) $2(x_1 - x_3)\alpha$.
E. ( ) $(x_1 - x_3)\alpha$.

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 07** e **08.**

Texto 4 – Os custos

Claudinho escolheu oito medidas diferentes de diâmetros e, para cada uma dessas medidas, ele associou uma denominação de pizza. Por exemplo, a pizza com o diâmetro de menor medida foi denominada de *Original,* enquanto que a de maior medida recebeu o nome de *Exagerada.* Essas oito denominações foram numeradas, desde a *Original,* sequencialmente, a partir do número 1, até que a pizza *Exagerada* seja a de número 8.

Após avaliar os itens relacionados ao custo de produção de uma pizza, Claudinho concluiu que uma pizza de número n, $n \in \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, tem custo de produção C, em reais, dado por

$$C(n) = un^2 + vn + w ,$$

em que u , v e w são números reais e $u \geq 0{,}5$.

Considere que as pizzas de números 1 e 3 têm custos de produção iguais a R$12,00 e R$21,00, respectivamente.

Questão 07. O custo de produção, em reais, da pizza de número 2 é

A. ( ) inferior ou igual a 16.
B. ( ) superior a 16 e inferior ou igual a 16,5.
C. ( ) superior a 16,5 e inferior ou igual a 17.
D. ( ) superior a 17 e inferior ou igual a 17,5.
E. ( ) superior a 17,5.

Questão 08. Se o custo de produção da pizza de número 6 é de R$42,00, então o custo de produção da pizza Exagerada, em reais, é igual a

A. ( ) 59.
B. ( ) 60.
C. ( ) 61.
D. ( ) 62.
E. ( ) 63.

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 09** e **10.**

Texto 5 – Os diâmetros

Quando Claudinho escolheu as oito diferentes medidas de diâmetros, ele estabeleceu os seguintes critérios:

- a medida do diâmetro de uma pizza de número m, $2 \leq m \leq 7$, é a média aritmética das medidas dos diâmetros das pizzas de números $m-1$ e $m+1$;
- as medidas dos diâmetros das pizzas *Original* (número 1) e *Exagerada* (número 8) são, respectivamente, iguais a 20 cm e 62 cm.

Questão 09. A medida do diâmetro da pizza de número 4, em cm, é igual a

A. ( ) 38.
B. ( ) 39.
C. ( ) 40.
D. ( ) 41.
E. ( ) 42.

Questão 10. Denote por d_n a medida do diâmetro da pizza de número n, em que $n \in \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, e considere no plano cartesiano a reta que passa pelos pontos $(3, d_3)$ e $(6, d_6)$. A soma das coordenadas do ponto de intersecção dessa reta com o eixo das abscissas é igual a

A. ( ) $-\frac{1}{3}$.

B. ( ) $-\frac{2}{3}$.

C. ( ) $-\frac{4}{3}$.

D. ( ) $-\frac{5}{3}$.

E. ( ) $-\frac{7}{3}$.

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 11, 12 e 13.**

A

Texto 6 – Sob encomenda

Os novos tamanhos fizeram sucesso entre os clientes, mas a pizza *Original* ainda era a líder de vendas. Essa popularidade fez com que a pizzaria ampliasse as formas de venda dessa pizza. Foi criado um sistema de vendas por encomenda, exclusivo para a pizza *Original*. Nesse sistema, o preço de venda de cada pizza varia conforme a quantidade de pizzas encomendadas. Na tabela abaixo, são dados os preços de venda da pizza *Original* em duas situações.

Quantidade de pizzas encomendadas	Preço de cada pizza (em reais)
10	19,50
100	15,00

Considere que o preço de venda P, em reais, da unidade da pizza *Original*, em uma encomenda de q unidades dessa pizza, é uma **função afim** de q, em que q é um número inteiro tal que $10 \leq q \leq 100$.

Questão 11 A mediana da amostra formada pelos elementos do conjunto imagem da função P é um número

A. ( ) inferior a 15,5.
B. ( ) superior ou igual a 15,5 e inferior a 16.
C. ( ) superior ou igual a 16 e inferior a 16,5.
D. ( ) superior ou igual 16,5 e inferior a 17.
E. ( ) superior ou igual a 17.

Questão 12. O valor devido, em reais, por uma encomenda de 20 pizzas é igual a

A. ( ) 365.
B. ( ) 370.
C. ( ) 375.
D. ( ) 380.
E. ( ) 385

Questão 13. Considere que o lucro obtido por uma empresa na venda de um produto corresponde à diferença entre o preço de venda e o custo do produto, nessa ordem. Sabendo que o custo unitário da pizza *Original* é de R$ 12,00, então o lucro máximo, em reais, que a pizzaria pode obter com uma encomenda é de

A. ( ) 300.
B. ( ) 320.
C. ( ) 340.
D. ( ) 360.
E. ( ) 380.

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 14 e 15.**

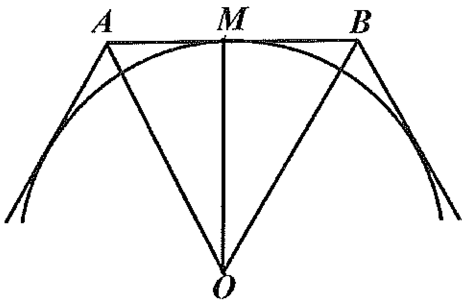
Texto 7 – Segunda pausa para um estudo

Como parte do projeto de expansão, a pizzaria também vai contar com um serviço de tele entregas. Para isso, foi necessário fazer um estudo do tipo de embalagens que seria utilizado. Claudinho já tinha uma ideia e, para colocá-la em prática, precisou revisar alguns conceitos da geometria. Vamos acompanhá-lo nesse estudo!

Polígonos regulares

Um polígono convexo é regular se, e somente se, tem todos os seus lados congruentes e todos os seus ângulos internos congruentes. O triângulo equilátero e o quadrado são exemplos de polígonos regulares.

Dizemos que um polígono regular *circunscreve* uma circunferência quando os lados do polígono são tangentes à circunferência. Sejam A e B dois vértices consecutivos de um polígono regular que *circunscreve* uma circunferência de centro O e seja M o ponto médio do segmento $\overline{AB}$, conforme a figura abaixo. Temos que o segmento $\overline{OM}$ é perpendicular ao segmento $\overline{AB}$.



O ângulo $A\hat{O}B$ é denominado ângulo central do polígono regular e tem medida igual a $\dfrac{360°}{n}$, em que n é o número de lados do polígono.

Questão 14. Considere que a medida do lado de um octógono regular seja igual a ℓ cm. Se esse polígono circunscreve uma circunferência, em que o diâmetro tem medida igual a d cm, então $\dfrac{\ell}{d}$ é igual a

A. ( ) $2\text{tg}\left(\dfrac{45}{2}\right)^{\circ}$.

B. ( ) $\text{tg}\left(\dfrac{45}{2}\right)^{\circ}$.

C. ( ) $\text{tg}\,45^{\circ}$.

D. ( ) $2\text{tg}\,45^{\circ}$.

E. ( ) $\dfrac{1}{2}\text{tg}\,45^{\circ}$.

Obs. Octógono é um poligono com oito lados.

Questão 15. Sabe-se que para todo ângulo θ tal que $0^{\circ} < \theta < 45^{\circ}$ é válida a fórmula

$$\text{tg}(2\theta) = \frac{2\text{tg}\theta}{1-(\text{tg}\theta)^2}.$$

Assim, a tangente do ângulo central de um polígono regular de 16 lados é igual a

A. ( ) $\sqrt{2}-1$.

B. ( ) $2-\sqrt{2}$.

C. ( ) $2\sqrt{2}-2$.

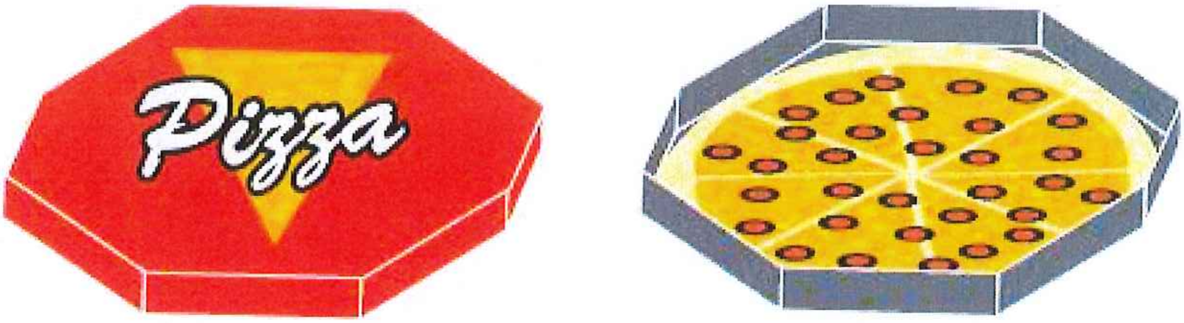
D. ( ) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$.

E. ( ) $\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}$.

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 16** e **17.**

Texto 8 – As embalagens

Claudinho, com base nos conceitos vistos anteriormente, decidiu que a forma da base das embalagens deve ser a de um polígono regular em que a circunferência de uma pizza seja tangente aos lados desse polígono, conforme a figura abaixo. Para tanto, considere que uma pizza tem a forma de um círculo.



http://www.revista.vestibular.uerj.br/ (acesso: 03/09/18)

Naná contratou uma empresa que fabricou as embalagens de acordo com a decisão de Claudinho. Para as pizzas de números 1, 2, 3 e 4 foram fabricados dois tipos de embalagens, conforme a tabela abaixo.

Embalagem	Forma da base da embalagem
Quadrangular	Quadrado
Hexagonal	Hexágono Regular

Nas pizzas de tamanhos maiores, a base da embalagem fabricada pela empresa tem a forma de um octógono regular.

Questão 16. Considere que, para a pizza de número 1, as medidas dos lados, em cm, das embalagens *quadrangular* e *hexagonal* sejam, respectivamente, iguais a a_q e a_h. Assim, $\left(\frac{a_q}{a_h}\right)^2$ é igual a

A

A. ( ) 1,5.
B. ( ) 2,0.
C. ( ) 2,5.
D. ( ) 3,0.
E. ( ) 3,5.

Questão 17. Se a é a medida do lado da base da embalagem da pizza de número 8, em cm, então,

A. ( ) $a \leq 20$.
B. ( ) $20 < a \leq 24$.
C. ( ) $24 < a \leq 28$.
D. ( ) $28 < a \leq 32$.
E. ( ) $a > 32$.

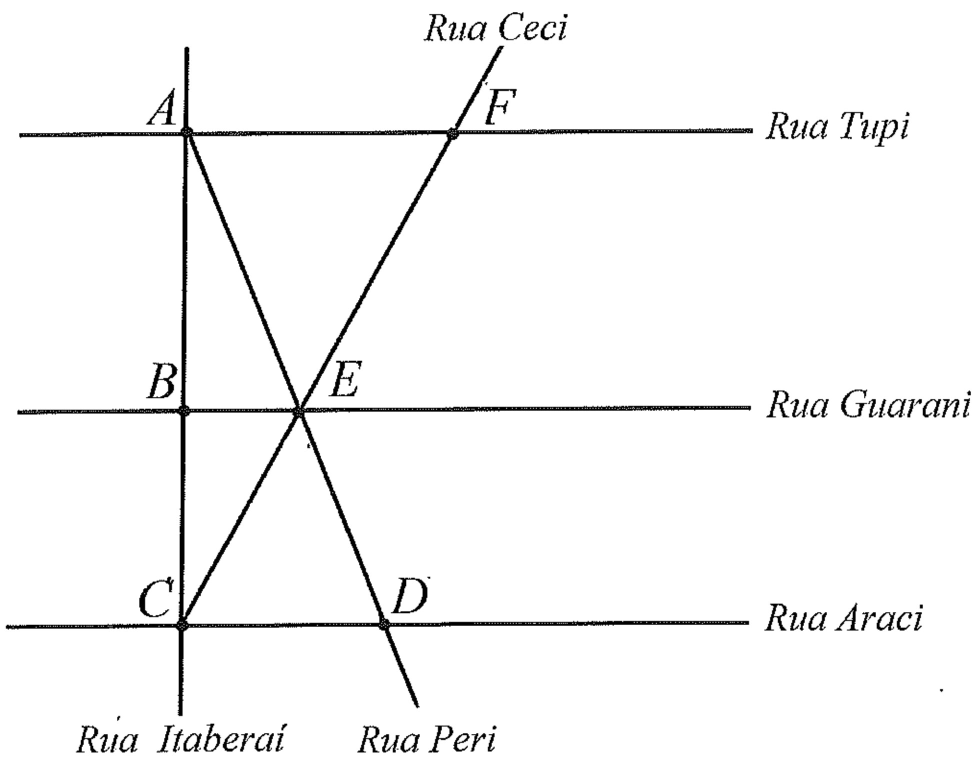
Obs. Lembre-se que a medida do diâmetro da pizza de número 8 é igual a 62 cm.

Leia o texto a seguir para responder às **QUESTÕES 18, 19** e **20**.

Texto 9 – Rapidez na entrega

Com o intuito de oferecer um serviço de tele-entregas que minimize o tempo entre um pedido e a entrega, foi necessário fazer um mapeamento da região da pizzaria. A figura a seguir é parte desse mapeamento. As ruas destacadas nessa figura são representadas por retas, sendo que a Rua Itaberaí é perpendicular às ruas Tupi, Guarani e Araci, as quais são paralelas duas a duas. Os pontos destacados nessa figura representam a intersecção de ruas, mais especificamente temos que

- A é a intersecção das ruas Tupi, Itaberai e Peri;
- B é a intersecção das ruas Guarani e Itaberaí;
- C é a intersecção das ruas Itaberaí, Araci e Ceci;
- D é a intersecção das ruas Araci e Peri;
- E é a intersecção das ruas Guarani, Ceci e Peri;
- F é a intersecção das ruas Tupi e Ceci.



Considere que a pizzaria está localizada no ponto B desse mapa, que os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{AE}$ medem 6 Km e 4 Km, respectivamente, e que os ângulos $E\hat{C}D$ e $D\hat{E}C$ são congruentes.

Questão 18. A medida do segmento $\overline{CD}$, em Km, é igual a

A. ( ) 1,5.
B. ( ) 2,0.
C. ( ) 2,5.
D. ( ) 3,0.
E. ( ) 3,5.

Questão 19. A tangente do ângulo $C\hat{F}A$ é igual a

A. ( ) 1,1.
B. ( ) 1,2.
C. ( ) 1,3.
D. ( ) 1,4.
E. ( ) 1,5.

Questão 20. Dona Eva ligou para a pizzaria para pedir uma pizza, o que deu início ao seguinte diálogo.

Dona Eva: *Eu quero uma pizza Exagerada, por favor.*

Atendente: *Qual o endereço para a entrega?*

Dona Eva: *No cruzamento da Rua Tupi com a Rua Ceci, isto é, no ponto F.*

Atendente: *Perfeitamente, senhora.*

Dona Eva: *Quanto tempo vai demorar?*

Suponha que o entregador saia da pizzaria, pontualmente às 20h, para fazer a entrega na residência de Dona Eva e que utilize apenas as ruas apresentadas no mapa. Se ele desenvolveu uma velocidade constante de 60 Km/h e gastou o menor tempo possível no trajeto, então o horário em que ele chegou na residência de Dona Eva foi entre

A. ( ) 20h02min e 20h04min.
B. ( ) 20h04min e 20h06min.
C. ( ) 20h06min e 20h08min.
D. ( ) 20h08min e 20h10min.
E. ( ) 20h10min e 20h12min

FIM DA PROVA

FOLHA DE RASCUNHO

A

FOLHA DE RASCUNHO