

**1º Ano do Ensino Médio**

**INSTRUÇÕES**  
**CANDIDATO, LEIA COM ATENÇÃO!**

1. Esta prova é composta por um caderno de perguntas, que contém 20 itens de múltipla escolha, numerados de 01 a 20 e impressa em 11 páginas, inclusive a capa.
2. A Prova terá duração de **03 (três) horas**.
3. **Antes de iniciar a resolução da prova, confira seus dados no cartão resposta e assine-o.**
4. **O(a) candidato(a) tem 15 (quinze) minutos iniciais para tirar dúvidas quanto à impressão da prova. Qualquer falha de impressão, paginação ou falta de folhas deve ser apresentada ao FISCAL DE PROVA, que a solucionará.**
5. Use somente caneta esferográfica de tinta AZUL ou PRETA.
6. **ATENÇÃO!** Não se esqueça de que as respostas dos itens **01 a 20**, constantes deste caderno de perguntas, deverão, obrigatoriamente, ser transpostas para o **CARTÃO-RESPOSTA, NO TEMPO DE REALIZAÇÃO DA PROVA.**
7. O(a) candidato(a) só poderá sair da sala de aula 45 (quarenta e cinco) minutos após o início da prova. Após ausentar-se da sala, não volte a ela e não permaneça nos corredores.
8. Os candidatos que desejarem levar o caderno de questões, somente poderão fazê-lo após o término do concurso (Deverão permanecer na sala até o final da prova).
9. É **PROIBIDO**: emprestar ou pedir material emprestado, o uso de corretor, de calculadora e de qualquer meio eletrônico de comunicação.
10. O uso, ou porte, de meios ilícitos (cola) desclassificará o candidato deste concurso.
11. Ao sair da sala, não se esqueça de recolher seus pertences.
12. Marque cada resposta com atenção. O preenchimento errado do Cartão Resposta não autoriza a substituição do mesmo, sendo de responsabilidade do candidato. Para o correto preenchimento do Cartão de Respostas, observe o exemplo abaixo:

Em sendo a resposta correta, por exemplo, a letra C, marque o cartão da seguinte maneira, **utilizando-se somente de caneta esferográfica de tinta azul ou preta:**

A

B

C

D

E



Item 01. Um professor de matemática propõe aos seus alunos a resolução de exercícios por meio de códigos matemáticos através das operações  $\Delta$  e  $\pi$  definidas no conjunto dos números reais, tais que  $x \Delta y = x - 3^y$  e  $x \pi y = 2x^2 - xy + 1$ . Dessa forma, podemos afirmar que o valor do número resultante da expressão  $[(3 \pi 1)^{10 \Delta 2}] \Delta [(2 \Delta 1) \pi (5 \Delta 2)]$  é igual a:

- A)  $15\frac{2}{3}$
- B)  $5\frac{2}{5}$
- C)  $15\frac{3}{5}$
- D)  $12\frac{2}{3}$
- E)  $12\frac{1}{2}$

Item 02. A primeira descoberta de um número irracional é geralmente atribuída a Hipaso de Metaponto, um seguidor de Pitágoras. Ele teria produzido uma demonstração (provavelmente geométrica) de que a raiz de 2 (ou talvez que o número de ouro) é irracional. No entanto, Pitágoras considerava que a raiz de 2 "maculava" a perfeição dos números, e portanto não poderia existir. Mas ele não conseguiu refutar os argumentos de Hipaso com a lógica, e a lenda diz que Pitágoras condenou seu seguidor ao afogamento. A partir daí os números irracionais entraram na obscuridade, e foi só com Eudoxo de Cnido que eles voltaram a ser estudados pelos gregos. O décimo livro da série "Os elementos de Euclides" é dedicado à classificação de números irracionais. Foi só em 1872 que o matemático alemão Dedekind (de 1831 a 1916) fez entrar na Aritmética, em termos rigorosos, os números irracionais que a geometria sugerira havia mais de vinte séculos.



Dedekind (1831-1916)

Dessa forma, sobre o número  $x = \sqrt{14 - 6\sqrt{5}} + \sqrt{5}$  é correto afirmar que:

- A)  $\sqrt{3x}$  é um número irracional
- B)  $0 < x < 3$
- C)  $x^3 - 1$  é irracional
- D)  $2x - 3$  é racional
- E)  $0 < x < 2$



Item 03. **Maratona** é o nome de uma corrida realizada na distância oficial de 42,195 km, normalmente em ruas e estradas. Única modalidade esportiva que se originou de uma lenda, seu nome foi instituído como uma homenagem à antiga lenda grega do soldado ateniense Fidípides, um mensageiro do exército de Atenas, que teria corrido cerca de 40 km entre o campo de batalha de Maratona até Atenas para anunciar aos cidadãos da cidade a vitória dos exércitos atenienses contra os persas e morreu de exaustão, após cumprir a missão. Sabendo-se



que em certa maratona o tempo gasto pelo 1º lugar foi de  $x$  horas, onde  $x$  é dado pela expressão  $x = -\frac{3}{4} + \left[ \frac{((-2)^{(3\sqrt{2}-4})^{(3\sqrt{2}+4)})}{11} \right]^{-1}$ ,

então podemos afirmar que:

- A)  $x^2 - 1$  é par
- B)  $x^x + x$  é um número composto
- C)  $3^x - 2$  é um quadrado perfeito
- D)  $x$  é um número irracional
- E)  $x - 5$  é um número natural divisível por 2017

Item 04. Para pintar os dois lados de um muro de formato retangular, desprezando sua espessura, foram necessárias exatamente 3 latas de tinta, que cobrem, cada uma,  $24 \text{ m}^2$  de área. Sabendo-se que a altura do muro corresponde a  $\frac{1}{9}$  de seu comprimento, então a razão entre a medida do comprimento do muro e o seu perímetro vale:

- A)  $\frac{7}{20}$
- B)  $\frac{20}{8}$
- C)  $\frac{2}{5}$
- D)  $\frac{20}{9}$
- E)  $\frac{9}{20}$

Item 05. Certa parte da rodovia ALFA deverá ser dividida em trechos iguais, em quilômetros (Km), a certo número de empreiteiros, que executarão um trabalho de terraplanagem. Se houver 2 empreiteiros a mais, cada trecho terá uma diminuição de 20km e se houver 3 empreiteiros a menos, cada trecho terá um aumento de 40km. A extensão, em km, da citada parte da rodovia em questão será igual a:



- A) 2000
- B) 1800
- C) 3600
- D) 3200
- E) 2400

Item 06. Uma rede de supermercados adquiriu desinfetantes nos aromas pinho e lavanda. A compra foi entregue em 25 caixas contendo 30 garrafas em cada uma delas. Sabendo-se que cada caixa continha seis garrafas de desinfetantes a mais no aroma pinho do que no aroma lavanda, o número de garrafas entregues a esta rede de supermercados, no aroma pinho, foi de:



- A) 450
- B) 230
- C) 540
- D) 200
- E) 300

Item 07. Ao calcularmos os pontos de intersecção entre duas funções, estamos simplesmente calculando os valores para  $x$  e  $y$  que satisfazem simultaneamente as duas funções. Dados os pontos  $M$  e  $N$ , pertencentes, respectivamente, às funções  $f(x) = 2x^2 + 1$  e  $g(x) = -x^2 + 4x - 3$ , o menor comprimento possível do segmento  $MN$ , paralelo ao eixo  $y$ , é:

- A)  $\frac{13}{8}$
- B)  $\frac{8}{3}$
- C)  $\frac{3}{8}$
- D)  $\frac{8}{13}$
- E)  $\frac{5}{3}$



Item 08. O professor Marcos, trabalhando o assunto de inequações nas turmas do 9º ano do Ensino Médio do CMM, criou uma roleta com vários problemas sobre inequações. Ao girar a roleta, o Aluno Pedro deparou-se com o seguinte problema:

Determinar os possíveis valores reais de  $x$  que satisfazem a

inequação 
$$\frac{(x^2 - 1)^{2015} \cdot (2x + 2)^{2016}}{(-x^2 + 4x)^{2017}} \leq 0$$

Dessa forma, podemos afirmar que a solução obtida por Pedro foi:



- A)  $\{x \in \mathbb{R}; x \leq -1 \text{ ou } 0 < x \leq 1 \text{ ou } x > 4\}$
- B)  $\{x \in \mathbb{R}; x < -1 \text{ ou } x \geq 4\}$
- C)  $\{x \in \mathbb{R}; 0 \leq x \leq 1 \text{ ou } x > 4\}$
- D)  $\{x \in \mathbb{R}; x < -1 \text{ ou } 0 < x \leq 1 \text{ ou } x \geq 4\}$
- E)  $\{x \in \mathbb{R}; x \leq -1 \text{ ou } x \geq 4\}$

Item 09. Os telefones móveis surgiram efetivamente no Brasil em 1990, quando a Telerj instalou no estado do Rio de Janeiro 30 estações rádio base com capacidade para 10 mil terminais de acesso. A banda A foi implementada com base na tecnologia AMPS, um padrão norte-americano de celular, representando a primeira geração da telefonia móvel, o 1G. Brasília, que já havia implementado uma tecnologia ao celular na década anterior, instalou conexões para a banda A, pouco depois em 1990.



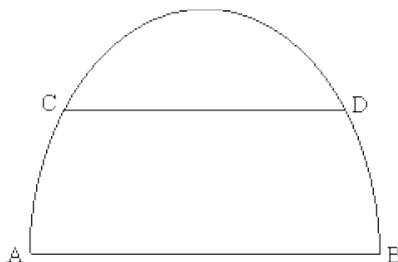
Considere um telefone celular em que a conta mensal é dada por uma função polinomial do 1º grau, em que  $x$  representa o número de chamadas locais e  $y$  representa o total a ser pago em reais. No mês de março, foram realizadas 100 chamadas locais e a conta mensal foi de 170 reais. Já no mês de junho, ocorreram 120 chamadas locais, e a conta mensal foi de 198 reais. Dessa forma, podemos afirmar que o total a ser pago no mês em que ocorrerem 180 chamadas será de:

- A) 200 reais
- B) 212 reais
- C) 282 reais
- D) 300 reais
- E) 253 reais

Item 10. Na arquitetura são usadas aplicações matemáticas na construção de arcos de parábolas em igrejas, pontes e museus. Um portal de um museu tem a forma de um arco de parábola, conforme figura abaixo. A medida da sua base  $AB$  é de 6m e da sua altura máxima é 5m. Uma faixa  $CD$  paralela à base foi colocada 3m acima da base  $AB$ . Dessa forma, podemos afirmar que o comprimento da faixa  $CD$  é igual a:



Considere:  $\sqrt{10} \cong 3$

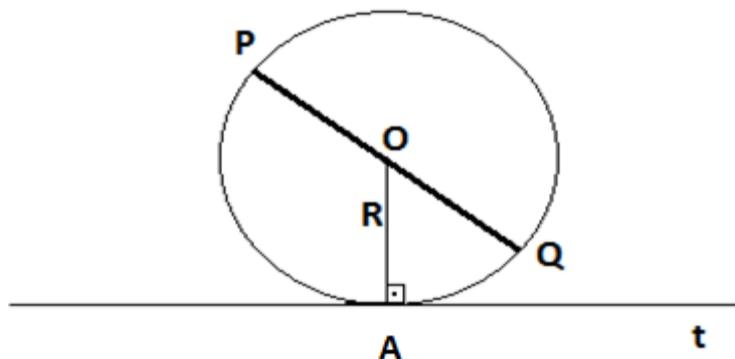


- A) 3,2m
- B) 3m
- C) 4m
- D) 4,2m
- E) 3,6m

Item 11. A **projeção ortogonal** de uma figura geométrica qualquer sobre o **plano** é o conjunto das **projeções ortogonais** de seus pontos sobre o plano. Sendo assim, cada ponto dessa figura representa a extremidade de um segmento de reta. A outra extremidade está no plano, e a figura formada por todas essas últimas é a **projeção ortogonal** da figura geométrica.

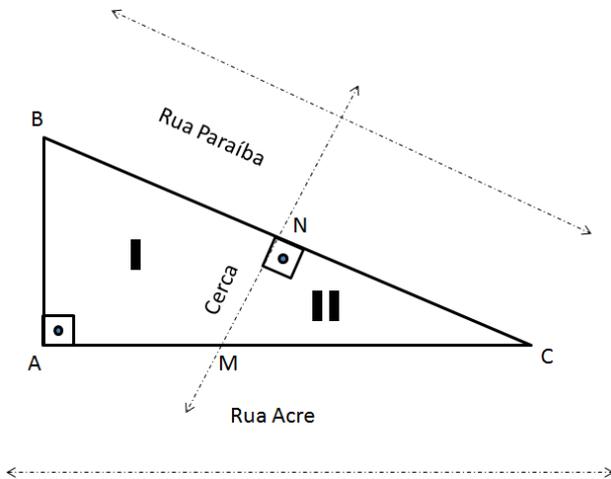
Considere a circunferência  $\lambda$ , abaixo, de centro  $O$  e raio  $R$  e uma reta  $t$  tangente a  $\lambda$  no ponto  $A$ . Traçando-se o diâmetro  $PQ$  oblíquo a reta  $t$ , a projeção de  $PQ$  sobre  $t$  será o segmento  $MN$ . Sabendo-se

que a razão entre  $ON$  e o raio  $R$  é  $\frac{\sqrt{7}}{2}$ , o ângulo, entre  $PQ$  e  $MN$  é igual a:



- A) 30°
- B) 60°
- C) 15°
- D) 45°
- E) 75°

Item 12. João possui um terreno com o formato de um triângulo retângulo e pretende dividir em dois lotes por meio de uma cerca feita na mediatriz da hipotenusa, com o objetivo de presentear seus dois filhos, Maria Renata e Rafael, respectivamente com os lotes I e II, conforme mostra a figura abaixo.



Sabendo-se que os lados AC e BC desse terreno medem, respectivamente, 80m e 100m. Assim podemos afirmar que o perímetro do terreno de Maria Renata (I) é igual a:

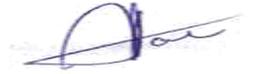
- A) 100m
- B) 150m
- C) 110m
- D) 165m
- E) 125m

Item 13. A bandeira da torcida dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental do CMM, nas Olimpíadas Internas deste ano, foi criada de acordo com a figura abaixo:



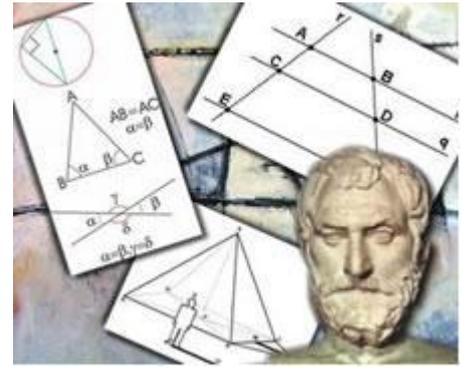
Considerando que o losango contido na bandeira possui perímetro igual a 100cm e sua maior diagonal mede 40cm, podemos afirmar que a área, em  $\text{cm}^2$ , do círculo inscrito nesse losango vale:

- A)  $100\pi \text{ cm}^2$
- B)  $120\pi \text{ cm}^2$
- C)  $135\pi \text{ cm}^2$
- D)  $144\pi \text{ cm}^2$
- E)  $121\pi \text{ cm}^2$

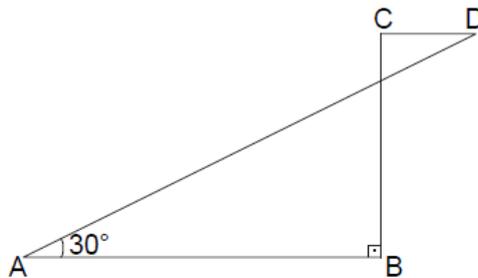


Item 14. O Teorema de Tales possui diversas aplicações no cotidiano, que devem ser demonstradas a fim de verificar a sua importância. O Teorema diz que “retas paralelas, cortadas por transversais, formam segmentos correspondentes proporcionais”.

Na figura abaixo temos  $CD \parallel AB$ ,  $CD = 12\text{m}$  e  $AB = 48\text{m}$ . A medida do segmento  $AD$ , em metros, é aproximadamente igual a:

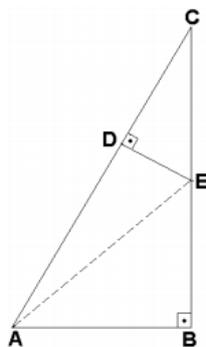


- A) 50m
- B) 70m
- C) 55m
- D) 60m
- E) 82m



Item 15. As construções das pirâmides e dos templos pela civilização egípcia e babilônica são o testemunho mais antigo de um conhecimento sistemático da geometria. Nessas construções nota-se a presença de ângulos retos e linhas retas perpendiculares entre si. De acordo com a história, os antigos egípcios utilizavam o triângulo retângulo para construir os ângulos retos.

Fazendo-se um corte vertical em uma dessas pirâmides, chega-se à figura abaixo:



Considerando que  $ABC$  e  $CDE$  são triângulos retângulos,  $AB = 2$  metros,  $BC = 2\sqrt{3}$  metros e  $BE = 3DE$ , então o valor da distância  $AE$ , em metros, é igual a:

- A)  $\sqrt{13}$
- B)  $\frac{2\sqrt{13}}{3}$
- C)  $\frac{3\sqrt{13}}{5}$
- D)  $\frac{\sqrt{13}}{2}$
- E)  $\frac{4\sqrt{13}}{5}$

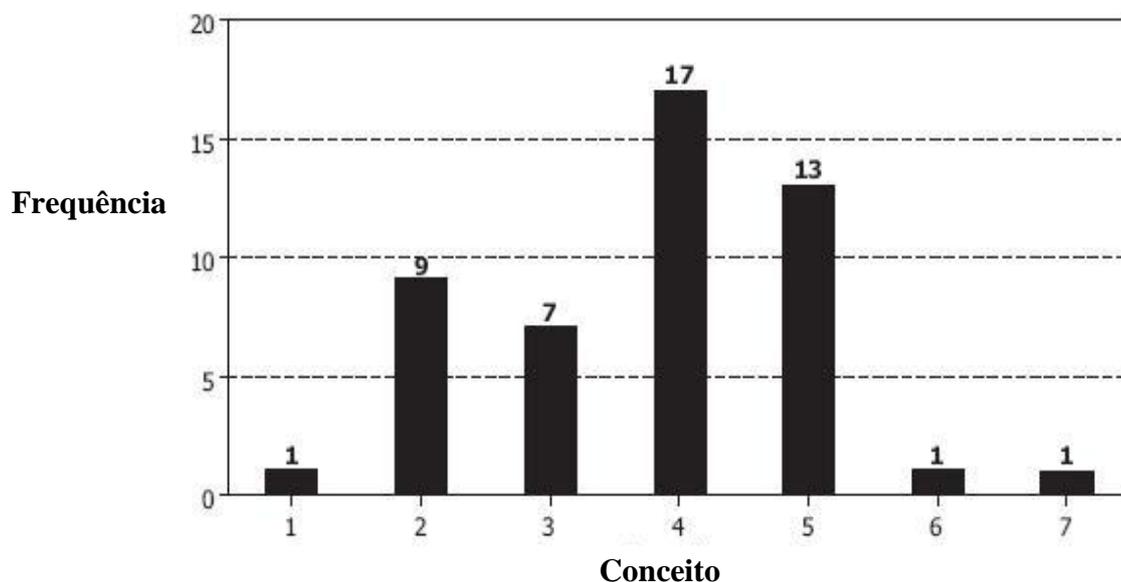


Item 16. O Brasil tem 122.295 estudantes de pós-graduação, dos quais 76.323 são de mestrado acadêmico, 4.008 de mestrado profissional e 41.964 de doutorado. O levantamento é da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (Capes/MEC). De acordo com o Presidente da Capes, Jorge Almeida Guimarães, há um crescimento no setor que precisa da cooperação dos estados, empresas estatais e iniciativa privada para aumentar o número de bolsas de pós-graduação.



Os dados do gráfico a seguir são relativos à Avaliação Trienal dos cursos e programas de pós-graduação realizada pela Capes em 2016

**Distribuição dos conceitos atribuídos aos programas de determinada área avaliada**

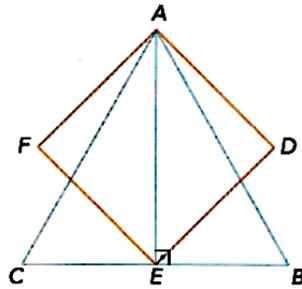


O percentual aproximado de programas que tiveram conceito máximo igual a 4,0 é de:

- A) 45,0%.
- B) 58,5%.
- C) 42,0%.
- D) 44,6%.
- E) 69,4%.



Item 17. – Na figura abaixo, a altura do triângulo equilátero ABC coincide com a diagonal do quadrado ADEF. Se a medida do lado do triângulo mede  $4\sqrt{3}$  cm, quanto mede o perímetro do quadrado?



- A)  $3\sqrt{2}$  cm
- B)  $6\sqrt{2}$  cm
- C)  $12\sqrt{2}$  cm
- D)  $16\sqrt{2}$  cm
- E)  $24\sqrt{2}$  cm

Item 18. O teleférico é um meio de transporte bastante utilizado em locais íngremes, como montanhas e florestas, pela sua adaptação a terrenos acidentados e pela sua facilidade em transpor vales e cumes de montanhas, onde a instalação de outros meios de transporte seria bastante difícil. É igualmente utilizado em terrenos planos como meio de ligação entre fábricas, minas ou portos marítimos.

Considerando que os teleféricos  $T_1$  e  $T_2$  partem de uma mesma estação E situada num plano horizontal, em direção aos picos  $P_1$  e  $P_2$  de duas montanhas (E está situada entre  $P_1$  e  $P_2$ ) e sabendo-se que os teleféricos percorreram 1500m e 2900m, respectivamente, e que a primeira montanha (relativa ao pico  $P_1$ ) tem 900m de altura e a segunda 2000m e que os pés das montanhas e a estação E estão em linha reta, podemos afirmar que:

- A) a distância entre  $P_1$  e  $P_2$  é igual a 3200m
- B) a distância entre os pés das montanhas é igual a 500m
- C) a distância entre  $P_1$  e  $P_2$  é menor que 3500m
- D) a distância entre E e a altura da primeira montanha é igual a 1000m
- E) a distância entre E e a altura da segunda montanha é igual a 3000m



Item 19. A média aritmética das notas de quatro alunos é igual a 7. Se aumentarmos de 3 unidades a menor dessas notas, e diminuirmos de 5 unidades a maior delas, então a nova média será:

- A) 4,75
- B) 5,25
- C) 5
- D) 6,5
- E) 4,35

Item 20. A turma do 1º ano do Ensino Médio do CMM 2017 contratou uma costureira com o objetivo de confeccionar 200 camisas para um campeonato de basquete. Nos dois primeiros dias, ela conseguiu confeccionar  $\frac{2}{x+1}$  ( $x \in \mathbb{N}$ ) do total de camisas. Ela percebeu que se tivesse confeccionado 10 camisas a menos, nesses dois dias, o número de camisas confeccionadas seria  $\frac{1}{x+7}$  do total. Com base nessas informações, marque a alternativa CORRETA:

- A) Nos dois dias de trabalho, a costureira confeccionou uma quantidade de camisas que representa um número ímpar
- B) Se a costureira mantiver o ritmo de trabalho dos dois dias, ela gastaria menos de 15 dias para confeccionar todas as camisas
- C) A razão entre o número de camisas confeccionadas nos dois dias e o número de camisas que ainda faltou confeccionar, nessa ordem, é igual a  $1/11$
- D) Após os dois dias de trabalho, ainda faltava confeccionar mais 120 camisas
- E) Se a costureira mantiver o ritmo de trabalho dos dois dias, ela gastaria 20 dias para confeccionar todas as camisas