MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DECEx – DEPA
COLÉGIO MILITAR DO RECIFE

CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1° ANO DO ENSINO MÉDIO

PROVA DE MATEMÁTICA

25 DE SETEMBRO DE 2016

INSTRUÇÕES:

- Verifique se a prova contém 20 questões, numeradas de 1 a 20; caso contrário reclame ao fiscal da sala.
- Para cada questão existe apenas UMA única resposta correta.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu.
- Marque a letra na FOLHA DE RESPOSTAS conforme orientação do fiscal de sala.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta, nem uso de calculadora.
- A duração da prova é de 3 horas para responder a todas as questões e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Não esqueça de assinar a FOLHA DE RESPOSTAS.

PREENCHA OS DADOS ABAIXO:

Número de Inscrição:
Nome:

ITEM 01 – A seção de Educação Física do CMR, após ter realizado a medição da altura dos alunos de uma turma do Ensino Médio, construiu a tabela ao lado.

ALTURA (m)	QTDE DE ALUNOS
1,50 ⊢— 1,60	05
1,60 ⊢— 1,70	08
1,70 ⊢— 1,80	12
1,80 ⊢— 1,90	04
1,90 ⊢— 2,00	01

Sobre a tabela ao lado, afirma-se corretamente que:

I - existem mais de 20 alunos com altura menor que 1,80 m.

II - 60% dos alunos estão com altura acima de 1,70 m.

III - a média de altura da turma é de 1,65 m.

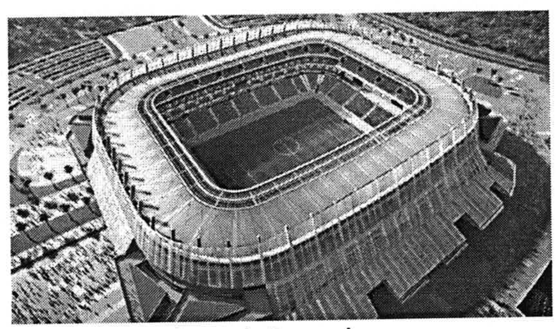
São verdadeiras as seguintes afirmações:

(A) I e II
(B) I e III
(C) II e III
(D) apenas I
(E) Todas são falsas

ITEM 02 – Leia o texto a seguir.

Arena Pernambuco

A Arena de Pernambuco, o mais moderno estádio de futebol do estado, construído na cidade de São Lourenço da Mata com a capacidade de 46.154 torcedores, foi inaugurado no dia 22 de maio de 2013.



Arena de Pernambuco

Disponível em www.wikipedia.org/wiki/Itaipava_Arena_Pernambuco – acessado em 12/09/16 - Adaptado

Considere que o preço **P** de cada ingresso num jogo importante seja definido, em função da expectativa do número **x** de milhares de torcedores, por **P = 100 – 2x**.

Sabe-se que a renda (**R**) é o valor total arrecadado apenas com a venda dos ingressos. Qual a quantidade de torcedores que permitirá uma maior renda (**R**) possível?

(A) 10.000 (B) 15.000 (C)25.000 (D) 30.000 (E) 40.000

ITEM 03 – No século XVII, o físico Galileu Galilei concluiu por meio de experimentos, que dois corpos de massas diferentes, quando abandonados simultaneamente da mesma altura, desprezando a resistência do ar, alcançam o solo no mesmo instante. Ele percebeu também que existe uma relação entre a distância percorrida **"d"**, em metros, e o tempo de queda **"t"**, em segundos, do corpo. Tal relação é dada pela igualdade $\mathbf{d = kt^2}$.

Supondo que dois corpos A e B sejam abandonados, simultaneamente, das alturas de 20m e 245m, respectivamente, determine o tempo em segundos que o corpo B permanece no ar após o corpo A tocar o solo. Considere $k = 5m/s^2$.

(A) 2 seg (B) 3 seg (C) 4 seg (D) 5 seg (E) 6 seg

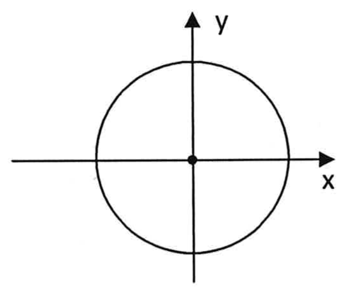
ITEM 04 – Nas competições de tiro esportivo, vence o atleta que soma mais pontos nas suas tentativas, e soma-se mais pontos quanto mais próximo for o tiro do alvo.

O atleta, Sgt Felipe Wu, foi o primeiro brasileiro a ganhar uma medalha nos jogos olímpicos Rio 2016.

Considerando o alvo no centro de um plano cartesiano cujos módulos das coordenadas são dadas em milímetro, analise as afirmativas I, II, III, e IV.

	Coordenada do tiro
1º tiro	(2,7)
2º tiro	(4,4)
3º tiro	(5,3)
4º tiro	(-1,-6)

Coordenadas acertadas pelo atleta durante treinamento



Plano cartesiano com alvo na origem

I – O segundo e o terceiro tiros receberam mesma pontuação.

II – O quarto tiro foi o que mais somou pontos.

III – O tiro que menos somou pontos foi o primeiro.

IV – Há dois tiros que ficaram a mesma distância do alvo.

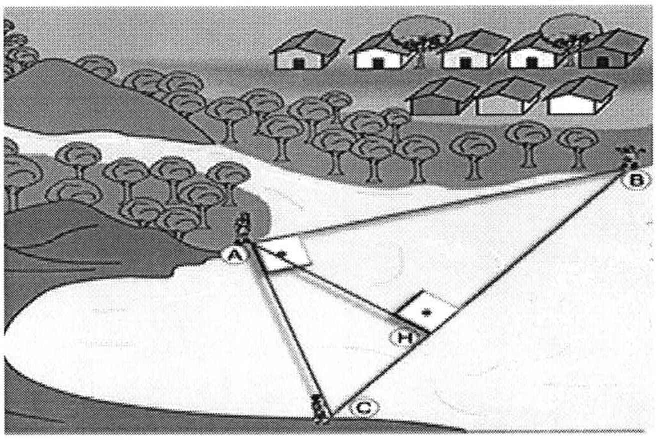
Conclui-se corretamente que:

(A) todas são falsas.
(B) apenas uma delas é verdadeira.
(C) apenas duas delas são verdadeiras.
(D) apenas uma delas é falsa.
(E) todas são verdadeiras.

ITEM 05 – Um grupo de alunos do CMR resolveu almoçar na cantina do colégio. Chegando lá, combinaram que a despesa total seria igualmente dividida por cada integrante do grupo. Com o prato principal, o grupo gastou R$ 108,00 e com as sobremesas R$ 36,00. Sabendo que cada sobremesa custa R$ 6,00 a menos que o prato principal, qual o total da despesa de cada aluno?

(A) R$ 10,00
(B) R$ 12,00
(C) R$ 11,50
(D) R$ 13,00
(E) R$ 15,00

ITEM 06 – Um barqueiro deve entregar um presente para cada um dos seus três sobrinhos que se encontram nos pontos A, B e C das margens de um rio. O barco só pode percorrer em linha reta as distâncias d_{HA}, d_{HC}, d_{HB}, d_{BA}, d_{BC} ou d_{CA} (sendo d_{XY} a distância do ponto X ao ponto Y).



Qual é a menor distância, em metros, que o barco deve percorrer para que o barqueiro possa entregar os três presentes, sabendo que a distância entre o barco que está em H e a criança que está em B é de 48 m, e que a distância entre as crianças que estão em A e B é de 60m?

(A) 132m.
(B) 136m.
(C) 140m.
(D) 145m.
(E) 168m.

ITEM 07 – O Rio de Janeiro sediou no período de 05 a 21 de agosto de 2016, os jogos da XXXI OLIMPÍADAS. Neste evento histórico, o Brasil teve uma brilhante participação tanto na organização do evento, como nos resultados obtidos na competição, saltando da 22ª para a 13ª posição no ranking mundial.

(Obs. O país que obtiver mais medalhas de ouro estará melhor classificado, em caso de empate observa-se a quantidade de medalhas de prata e bronze respectivamente)

Colocação	País	OURO	PRATA	BRONZE	TOTAL
1	Estados Unidos	46	37	38	121
2	Grã-Bretanha	27	23	17	67
3	China	26	18	26	70
4	Rússia	19	18	19	56
5	Alemanha	17	10	15	42
6	Japão	12	8	21	41
7	França	10	18	14	41
8	Coréia do Sul	9	3	9	21
9	Itália	8	12	8	28
10	Austrália	8	11	10	29
13	**BRASIL**	**7**	**6**	**6**	**19**

Quadro de Medalhas Olimpíadas Rio 2016

Logomarca das olimpíadas Rio 2016

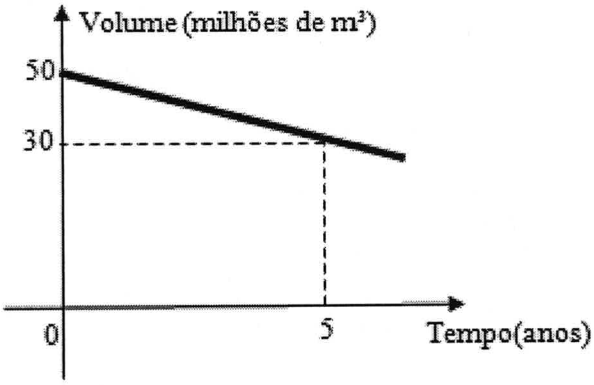
No quadro acima, apresentamos uma síntese dos resultados dos jogos Rio 2016. Da análise desse quadro, podemos concluir corretamente que:

(A) o total de medalhas da China representa 70% do total de medalhas dos EUA
(B) dentre as quantidades de medalhas de ouro , são números primos, apenas aquelas obtidas pelo Brasil e Alemanha
(C) o Brasil ganhou um número de medalhas de ouro, igual a exatamente 30% do número de medalhas de bronze do Japão
(D) a média aritmética do número de medalhas de prata conquistadas entre os 3 primeiros colocados foi igual a 26
(E) se o Brasil tivesse conquistado mais 1 medalha de ouro, saltaria para o 10º lugar

<u>ITEM 08</u> – Na região Nordeste um dos problemas mais graves enfrentados pela população é a falta de água, principalmente no semiárido. Para minimizar esse problema, uma das soluções é a construção de represas. Na região metropolitana do Recife, foi construída uma grande represa chamada TAPACURÁ, que possui capacidade máxima aproximada de 100 milhões de metros cúbicos e cujo volume morto representa 6,0% dessa capacidade.

Figura 1: Represa de TAPACURÁ

Considerando que o volume de água dessa represa vem diminuindo linearmente, conforme gráfico ao lado, daqui à quantos anos poderá esse volume atingir o volume morto?



<u>Observação</u>: O termo técnico **volume morto**, significa um nível crítico da represa, o qual ao ser atingido, impossibilitará a captação da água.

(A) 10 anos
(B) 11 anos
(C) 12 anos
(D) 15 anos
(E) 20 anos

<u>ITEM 09</u> – Considerando as proposições I, II, III e IV a seguir,

I – $\sqrt{58+\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1+\sqrt{0}}}}}}}} = 8$

II – $\sqrt{\sqrt[3]{2016}} \cdot \sqrt[6]{162} = 6 \cdot \sqrt[6]{7}$

III – $\sqrt{50} - \sqrt{18} = 2\sqrt{2}$

são verdadeiras:

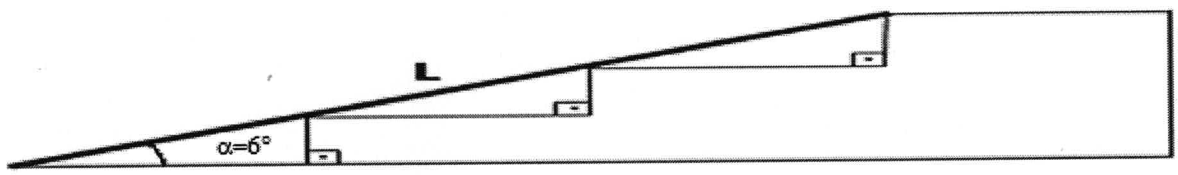
(A) nenhuma.
(B) apenas as proposições I e II.
(C) apenas as proposições II e III.
(D) apenas as proposições I e III.
(E) todas.

ITEM 10 – Atualmente uma grande preocupação dos Estabelecimentos de Ensino está direcionada às necessidades dos alunos com deficiências. A "lei de acessibilidade e mobilidade urbana" estabelece parâmetros a serem obedecidos pela sociedade. No caso dos cadeirantes, por exemplo, a legislação em vigor prescreve que as rampas de acesso, possuam inclinação de 6°.

Abaixo, temos uma vista lateral de uma rampa que será construída em conformidade com a lei supracitada. Sabendo que esta rampa encontra-se apoiada em 3 degraus com altura de 18 cm cada, podemos afirmar que o comprimento (**L**) da rampa, em metros, é aproximadamente

(Dados: sen $\alpha = 0,104$ e cos $\alpha = 0,994$ e tg $\alpha = 0,105$)

(A) 1,8
(B) 5,2
(C) 18
(D) 3,5
(E) 52



ITEM 11 – Numa operação militar, foi montado um campo de minas (bombas explosivas), conforme figura abaixo. Essas minas estão localizadas nas seguintes coordenadas:

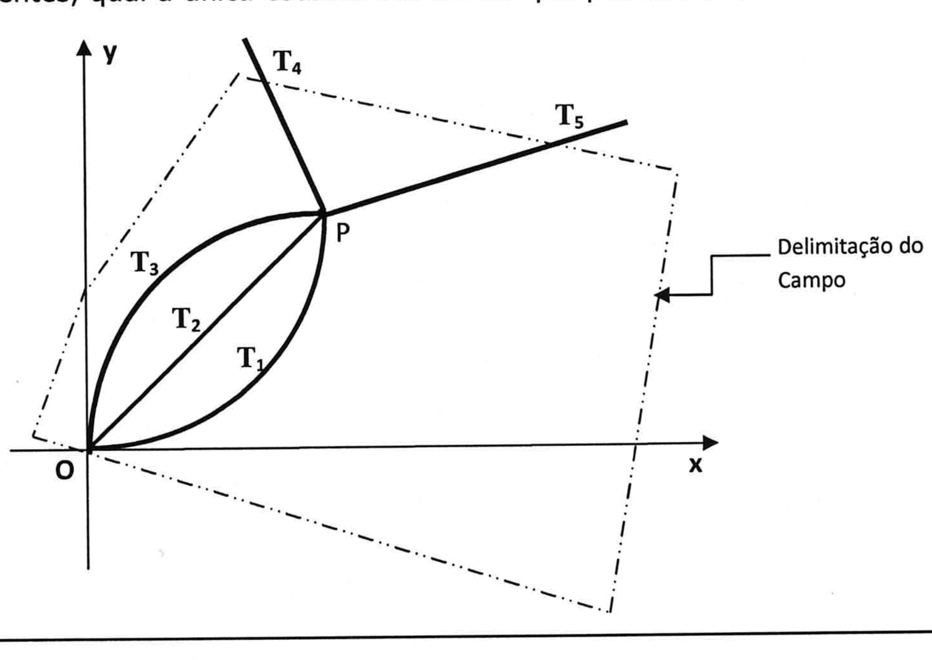
$M_1(1,4)$, $M_2(1,5)$, $M_3(3,7)$, $M_4(4, -1)$ e $M_5(3,11)$

Neste campo existem 5 trechos de trilhas (**T_1, T_2, T_3, T_4 e T_5**), representadas, respectivamente, pelas funções abaixo descritas, de modo que as trilhas **T_1, T_2 e T_3** iniciem no ponto **O** e terminem no ponto **P** e as trilhas , **T_4 e T_5** iniciem no ponto P.

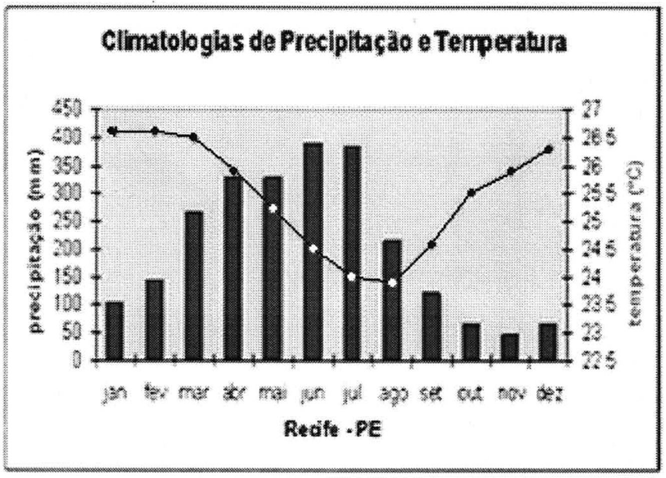
$$\begin{cases} T_1 : y = 2x^2, & \forall x \in [0,2] \\ T_2 : y = 4x, & \forall x \in [0,2] \\ T_3 : y = -x^2 + 6x, & \forall x \in [0,2] \\ T_4 : y = -x + 10, & \forall x \leq 2 \\ T_5 : y = 3x + 2, & \forall x \geq 2 \end{cases}$$

Baseado nos conhecimentos de representação de pontos e funções no gráfico cartesiano, podemos afirmar que, usando as trilhas existentes, qual a única escolha das trilhas que permite atravessar esse campo minado com segurança?

(A) **T_3** e **T_5**
(B) **T_1** e **T_5**
(C) **T_3** e **T_4**
(D) **T_2** e **T_5**
(E) **T_1** e **T_4**



ITEM 12 – O gráfico ao lado, apresenta a variação da temperatura e da precipitação da chuva (em mm) no ano de 2015, na cidade do Recife. Analisando os dados desse gráfico, conclui-se corretamente que



(A) o mês mais chuvoso foi em abril.

(B) a temperatura de junho e julho foram iguais.

(C) o mês mais quente foi o de menor precipitação.

(D) março registrou o dobro da temperatura de fevereiro.

(E) de setembro a outubro foi o período mensal que houve a maior elevação da temperatura.

ITEM 13 – Em uma refinaria de petróleo, quando o reservatório de gasolina estava completamente cheio, ocorreu um grande vazamento provocado por uma rachadura em sua base. Os técnicos responsáveis pelo conserto estimaram que, a partir do instante em que ocorreu a avaria, o volume V de gasolina restante no reservatório (em quilolitro) em função do tempo t (em hora) podia ser calculado pela lei:

$$V(t) = -2t^2 - 8t + 120 .$$

I. após 3 horas da ocorrência da avaria restariam 68 quilolitros no reservatório.

II. a capacidade do reservatório era de 120 quilolitros.

III. o reservatório se esvaziaria por completo após 6 horas da ocorrência da avaria.

IV. para conseguir salvar pelo menos 80% da gasolina do reservatório, os técnicos deveriam realizar o conserto em até 2 horas após a ocorrência da avaria.

Pode-se afirmar corretamente que

(A) todas são falsas.

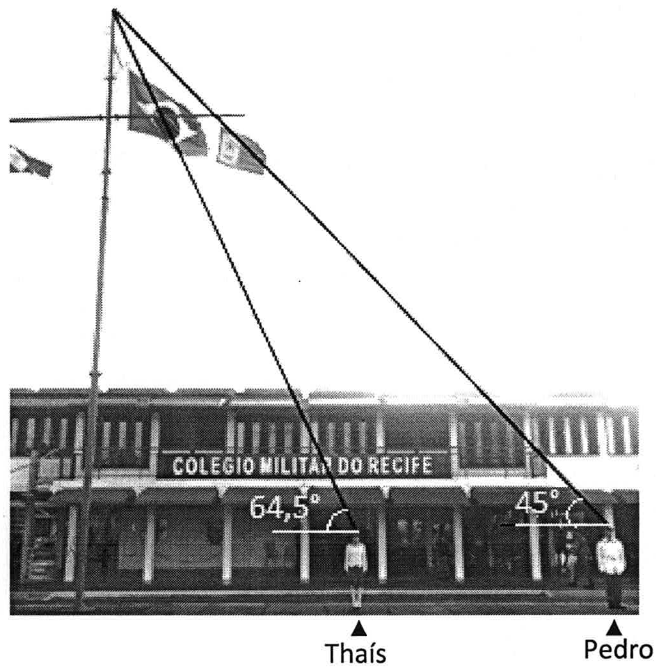
(B) apenas uma delas é verdadeira.

(C) apenas duas delas são verdadeiras.

(D) apenas uma delas é falsa.

(E) todas são verdadeiras.

<u>ITEM 14</u> – Para medir a altura do mastro da bandeira do CMR, o professor de matemática solicitou aos alunos Pedro e Thaís que ficassem alinhados ao mastro a uma distância de 4,5 metros um do outro. Sabe-se que Thaís, que está entre Pedro e o mastro, mede 1,50 m e que Pedro mede 1,70 m. Além disso, o segmento de reta que liga o ponto mais alto de Thaís ao topo do mastro forma um ângulo de 64,5° com a horizontal, enquanto o segmento de reta que liga o ponto mais alto de Pedro ao topo do mastro forma um ângulo de 45° com a horizontal.



Considere que o mastro esteja perpendicular ao solo e que $tg\,(64{,}5°) = 2{,}1$. A qual intervalo pertence o número que representa a medida da altura do mastro em metros?

(A) 8 a 9.
(B) 9 a 10.
(C) 10 a 11.
(D) 11 a 12.
(E) 12 a 13.

ITEM 15 – Leia o texto a seguir

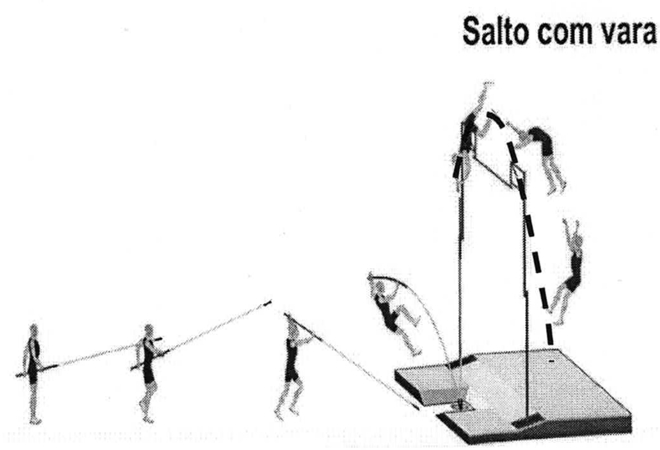
Ouro e recorde olímpico para o Brasil

O brasileiro Thiago Braz conseguiu a inédita medalha de ouro em uma das mais tradicionais competições do atletismo, a do salto com vara, em uma altura difícil de se imaginar: é como se fosse pular até quase o equivalente a três andares de um prédio.

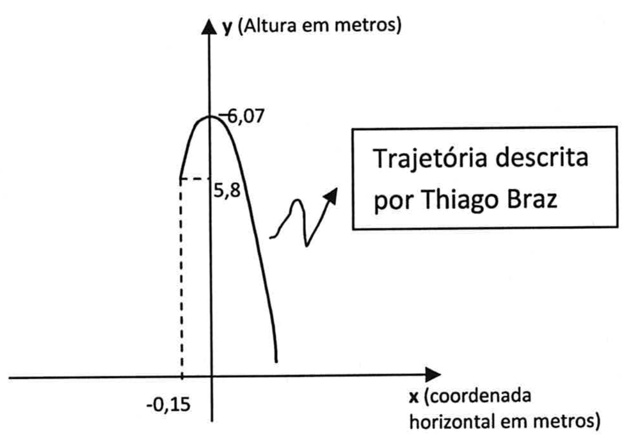
Ele desbancou o francês Renaud Lavillenie, que era até agora o campeão olímpico. O brasileiro conseguiu passar de 6,03m de altura.

(Disponível em: http://g1.globo.com/jornal-da-globo/noticia/2016/08/thiago-braz-ganha-ouro-e-e-novo-recorde-olimpico-no-salto-com-vara.html - adaptado)

O esquema abaixo



Esquema de salto com vara



Para o salto ser perfeito o atleta deve soltar a vara quando esta estiver na posição vertical e a uma distância horizontal de 15 cm do obstáculo, de modo que a maior altura alcançada pelo atleta se dê na mesma coordenada horizontal do obstáculo, e, a sua trajetória, a partir do momento em que solta a vara, seja descrita por parte de uma parábola.

Suponha que Thiago Braz deu o salto perfeito, que a vara utilizada por ele mede 5,8 m e que ele alcançou a altura máxima de 6,07 m. Qual é a função que melhor representa a altura y, em metros, alcançada por Thiago Braz em função da coordenada horizontal?

(A) $y=-12x^2+6{,}07$

(B) $y=12x^2+6{,}07$

(C) $y=-1{,}2x^2+6{,}07$

(D) $y=-0{,}12x^2+6{,}07$

(E) $y=-0{,}12x^2+60{,}7$

ITEM 16 – Considerando as proposições I, II, III e IV a seguir,

I. $2^{\frac{3}{2}} \cdot 4^{-\frac{1}{4}} \cdot (-9)^{\frac{1}{2}} = -6$

II. $1^{\frac{9}{7}} - 10 + 121^{\frac{1}{2}} = 0$

III. a igualdade $\sqrt{13^2 + 13^2 + \cdots + 13^2} = 13^2 + 13^2 + 13^2 + 13^2$ será verdadeira se dentro do radicando houver, no total, 2704 parcelas iguais a 13^2

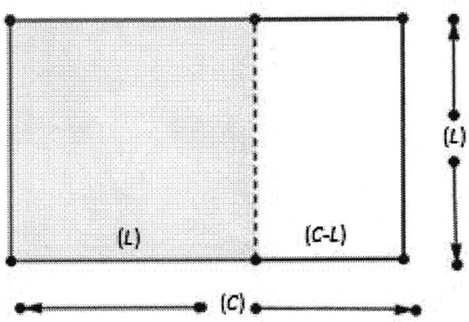
IV. $\left(10^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} : 10^{\frac{1}{6}} = 1$

afirma-se corretamente que,

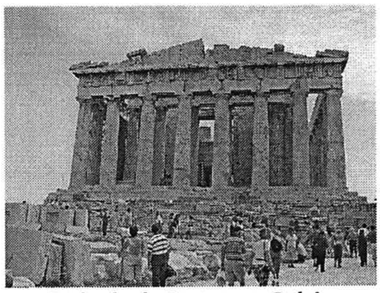
(A) todas são falsas.
(B) apenas uma delas é verdadeira.
(C) apenas duas delas são verdadeiras.
(D) apenas uma delas é falsa.
(E) todas são verdadeiras.

ITEM 17 – O retângulo áureo dos gregos é um retângulo especial em que valem as relações entre comprimento (C) e a largura (L) conhecidas como proporção áurea.

$$\boxed{\frac{C}{L} = \frac{L}{C-L} \rightarrow \textit{proporção áurea}}$$



Retângulo Áureo


Fachada do Partenon, Grécia

A proporção áurea pode ser observada em inúmeras situações como no templo grego Partenon, que tem suas medidas apoiadas na proporção áurea.

A razão áurea $\varphi = \frac{C}{L}$ é uma constante positiva também denominada como número de ouro.

Sendo assim, é correto afirmar que o número de ouro φ:

(A) pertence ao intervalo $(1,2)$.
(B) é um número primo.
(C) é um número negativo.
(D) é racional maior que 4.
(E) é tal que a diferença $\varphi^2 - \varphi$ é um número inteiro não positivo.

ITEM 18 – Sendo b, c e a inteiros positivos com $b < c < a$ dizemos que (b, c, a) é um terno pitagórico se $a^2 = b^2 + c^2$. Assim, $(3,4,5)$ é um terno pitagórico.

Uma forma de se encontrar ternos pitagóricos é escolhendo *m* e *n* inteiros positivos com $m > n$ e fazendo $b = m^2 - n^2$ e $a = m^2 + n^2$. Sabe-se que o terno pitagórico $(304,690,754)$ foi encontrado usando a forma descrita.

Sendo assim, considerando o terno $(304,690,754)$ para análise das afirmativas I, II, III e IV
I – *m* é um número primo.
II – *n* é um múltiplo de 15.
III – $c = 2 \cdot m \cdot n$.
IV – um triângulo com lados medindo 304 cm, 690 cm e 754 cm, respectivamente, é retângulo.

pode-se afirmar corretamente que:

(A) todas são falsas.
(B) apenas uma delas é verdadeira.
(C) apenas duas delas são verdadeiras.
(D) apenas uma delas é falsa.
(E) todas são verdadeiras.

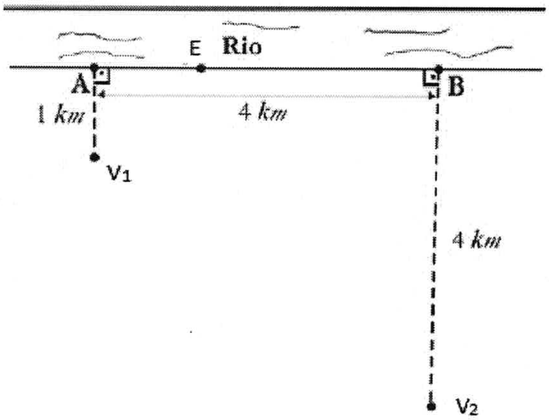
ITEM 19 – Cada unidade de um certo tipo de relógio é vendida pela indústria que o fabrica por R$ 80,00 e, a esse preço, são vendidas, semanalmente, 500 unidades. Sabe-se que a cada R$ 2,00 de aumento no preço unitário do relógio as vendas semanais caem em 10 unidades. Sabe-se ainda que o custo semanal de fabricação de x unidades desse relógio é dado por

$$C(x) = x \cdot \left(\frac{2700}{x} + 51 \right)$$

e que o lucro semanal obtido pela fábrica é dado pela diferença entre a receita semanal (valor total recebido na semana com as vendas dos relógios) e o custo semanal de fabricação. Sendo assim, qual o lucro semanal recebido pela fábrica quando a receita semanal for máxima?

(A) R$ 14850.
(B) R$ 25650.
(C) R$ 28200.
(D) R$ 37545.
(E) R$ 40500.

ITEM 20 – Duas vilas da zona rural de um município localizam-se na mesma margem de um trecho retilíneo de um rio. Devido a problemas de abastecimento de água, os moradores fizeram várias reivindicações à prefeitura, solicitando a construção de uma estação de bombeamento de água para sanar esses problemas. Um desenho do projeto, proposto pela prefeitura para a construção da estação, está mostrado na figura a seguir. No projeto, estão destacados:



- Os pontos V_1 e V_2, representando os reservatórios de água de cada vila, e as distâncias desses reservatórios ao rio.
- Os pontos A e B, localizados na margem do rio, respectivamente, mais próximos dos reservatórios V_1 e V_2.
- O ponto E, localizado na margem do rio, entre os pontos A e B, onde deverá ser construída a estação de bombeamento.

Para reduzir o custo com tubulações a estação de bombeamento deverá ser construída de acordo com o projeto e de modo que a soma (S) das distâncias entre a estação e cada um dos reservatórios das duas vilas seja a menor possível, isto é, $S = \overline{V_1E} + \overline{EV_2}$ é o menor possível. Sendo assim, considerando as proposições I, II, III e IV a seguir,

I – A distância $\overline{EV_2}$ é de 5 km.

II – A estação E deve ficar a menos de 1 km do ponto A.

III – A Soma das distâncias (S) é menor que 6,5 km.

IV – As vilas estão a mais de 5 km de distância uma da outra.

afirma-se corretamente que:

(A) todas são falsas.
(B) apenas uma delas é verdadeira.
(C) apenas duas delas são verdadeiras.
(D) apenas uma delas é falsa.
(E) todas são verdadeiras.