

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DECEx - DEPA
COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO 2017/2018
PROVA DE MATEMÁTICA
10 DE SETEMBRO DE 2017



INSTRUÇÕES PARA REALIZAÇÃO DA PROVA

PROVA

01. Esta prova contém **20 (vinte)** questões objetivas de **MATEMÁTICA**, distribuídas em 12 (**doze**) páginas, incluindo a capa e a contracapa (rascunho).
02. Não será permitido o uso de dispositivos eletrônicos ou digitais, tais como: celulares, calculadoras, *tablets* etc. A insistência em utilizar tais dispositivos acarretará sua eliminação do processo seletivo.

EXECUÇÃO DA PROVA

03. O tempo total de duração da prova é de **03 (três)** horas.
04. Os **15 (quinze)** minutos iniciais da prova são destinados à conferência da impressão.
05. Em caso de alguma irregularidade, somente com relação à impressão das questões, chame o Fiscal.

CARTÃO-RESPOSTA

06. Ao recebê-lo, CONFIRA **seu nome, número de inscrição e ano de ensino**; em seguida, assine-o.
07. No Cartão-Resposta, em cada questão objetiva, assinale uma única alternativa. Para o preenchimento do Cartão-resposta, observe o exemplo abaixo:

00. Qual o nome do vaso sanguíneo que sai do ventrículo direito do coração humano?

- (A) Veia pulmonar direita
(B) Veia cava superior
(C) Veia cava inferior
(D) Artéria pulmonar
(E) Artéria aorta

A opção correta é D. Marca-se a resposta da seguinte maneira:



08. As marcações deverão ser feitas, obrigatoriamente, com caneta esferográfica de tinta da cor **preta** ou **azul**.
09. **Não serão consideradas marcações rasuradas.** Faça como no modelo acima, preenchendo todo o interior do círculo-opção sem ultrapassar os seus limites.
10. O candidato só poderá deixar o local de prova depois de transcorridos **45 (quarenta e cinco)** minutos do tempo destinado à realização de prova. O Fiscal avisará sobre o transcurso desse tempo.
11. Ao terminar a prova, sinalize ao Fiscal e aguarde sentado até que ele venha recolher o Cartão-Resposta e o Caderno de Questões.
12. Os três últimos candidatos, ao entregarem seu Cartão-Resposta, permanecerão em sala como testemunhas do encerramento dos trabalhos a cargo do Fiscal de Sala.
13. O candidato **não** poderá levar o Caderno de Questões antes do término do tempo total da prova.

AGUARDE AUTORIZAÇÃO PARA INICIAR A PROVA.



RASCUNHO



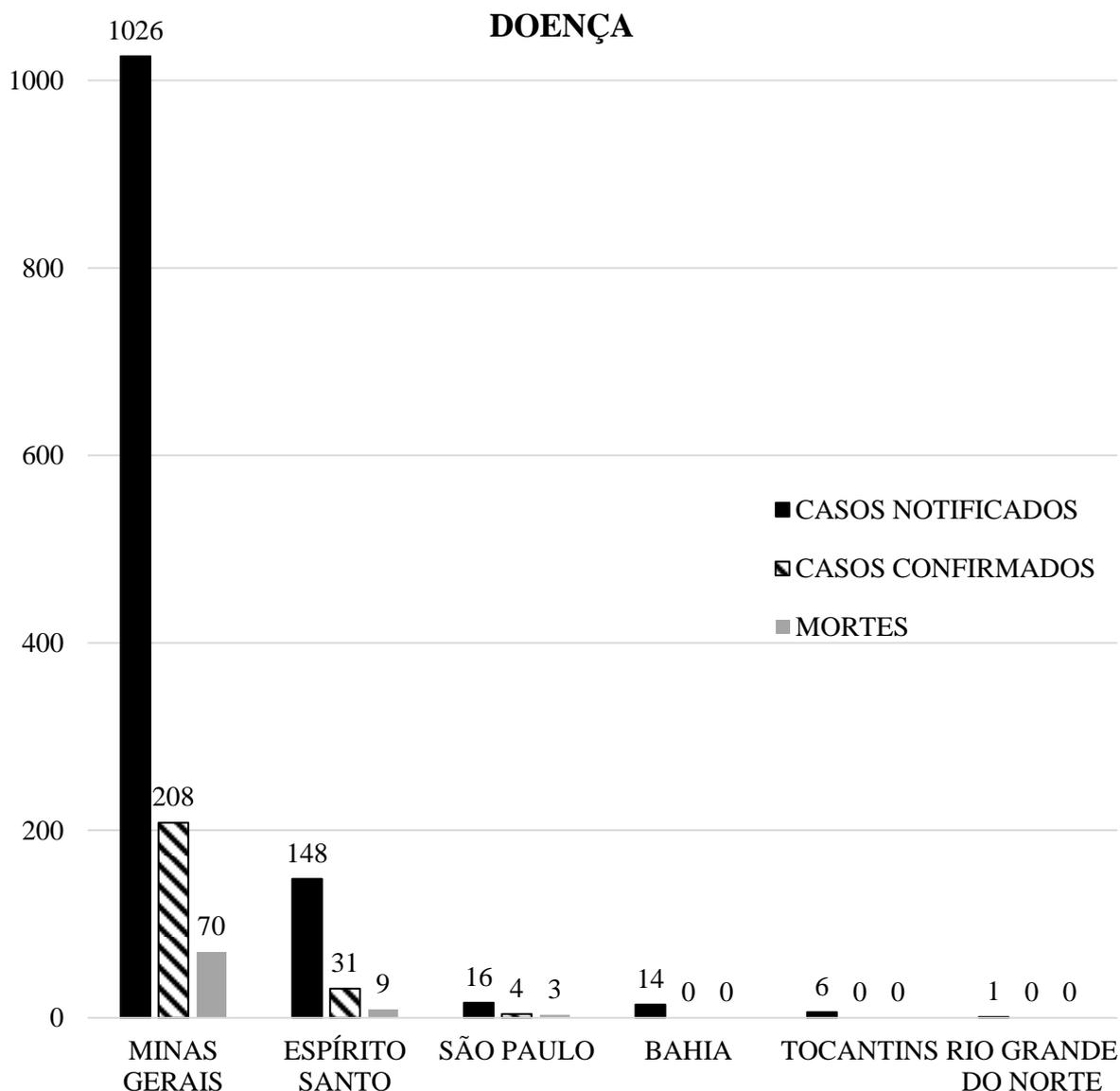


Utilize o infográfico abaixo para responder à questão 01.

Em 27 de janeiro de 2017, no jornal Estadão, foi apresentada uma notícia sobre o aumento de casos de febre amarela no país.

“Subiu para 243 o número de casos confirmados de febre amarela no País. Do total de pacientes com a doença, 82 morreram. Há ainda outras 112 mortes suspeitas de terem sido provocadas pela infecção, mas que ainda estão sendo investigadas.

Os casos confirmados estão distribuídos em três estados: Minas, Espírito Santo e São Paulo. “



Adaptada: http://infograficos.estadao.com.br/cidades/febre-amarela/img/graphic/graphic_2017-01-27@3x.png

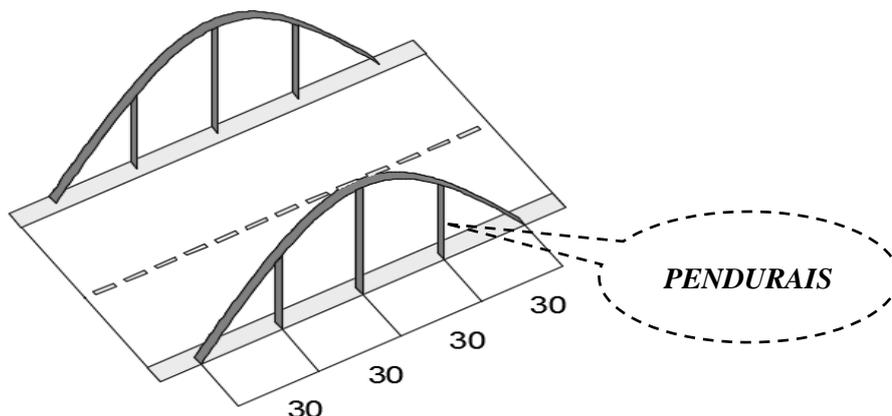
01. Tomando como referência os casos notificados de febre amarela em cada estado, pode-se afirmar que:

- (A) São Paulo é o estado com maior percentual de mortos pela febre amarela, atingindo aproximadamente 20%.
- (B) Minas Gerais é o estado com maior percentual de mortos pela febre amarela, atingindo quase 7%.
- (C) Espírito Santo possui percentual de mortos pela febre amarela na ordem de 10%.
- (D) Espírito Santo possui menos de 20% de casos confirmados da doença.
- (E) Minas Gerais possui um índice de 25% de confirmados da doença.





02. Uma ponte metálica, em forma de arco de parábola, será construída. Sua sustentação será feita com seis pendurais metálicos, três de cada lado, distando 30 m um do outro, como ilustra a figura abaixo. Sabendo que a ponte tem 40 m de altura, quantos metros de pendurais serão necessários para a construção desta ponte?

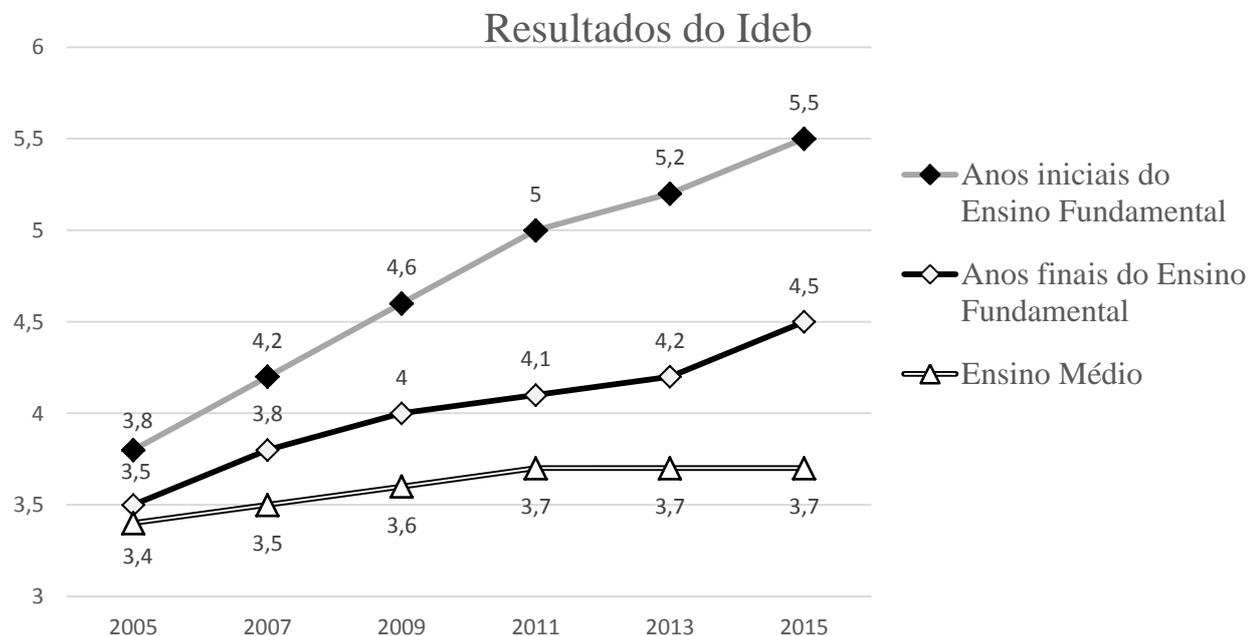


- (A) 120 m
- (B) 140 m
- (C) 160 m
- (D) 180 m
- (E) 200 m

Utilize o gráfico abaixo para responder a questão 03.

“A sigla Ideb se refere ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica e seu objetivo é medir a qualidade [...]do ensino da educação básica no Brasil. “

O gráfico abaixo mostra os resultados do Ideb nacional por biênio de 2005 a 2015.



Adaptada: <http://aprova.com.br/wp-content/uploads/2017/04/resultado-ideb.png>

03. Em relação aos dados apresentados pode-se afirmar que:

- (A) De 2013 a 2015, o aumento no resultado, em percentual, foi o mesmo nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental.
- (B) De 2009 a 2011, foi o biênio com o maior aumento do resultado nos anos finais do Ensino Fundamental.
- (C) De 2007 a 2009, foi o biênio com o maior aumento do resultado nos anos finais do Ensino Fundamental.
- (D) De 2005 a 2007, foi o biênio com o maior aumento percentual do resultado no Ensino Médio.
- (E) De 2011 a 2013, não houve alteração nos resultados do Ensino Fundamental e Médio.





04. “Para que seja possível medir a temperatura de um corpo, foi desenvolvido um aparelho chamado termômetro. O termômetro mais comum é o de mercúrio, que consiste em um vidro graduado com um bulbo de paredes finas, que é ligado a um tubo muito fino, chamado tubo capilar. Quando a temperatura do termômetro aumenta, as moléculas de mercúrio aumentam sua agitação, fazendo com que este se dilate, preenchendo o tubo capilar. Para cada altura atingida pelo mercúrio está associada uma temperatura.”

<http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termometria/escalas.php>

As principais escalas termométricas são Kelvin (K), Celsius (°C) e Fahrenheit (°F). A escala Celsius é a mais utilizada e se relaciona com as outras através das funções:

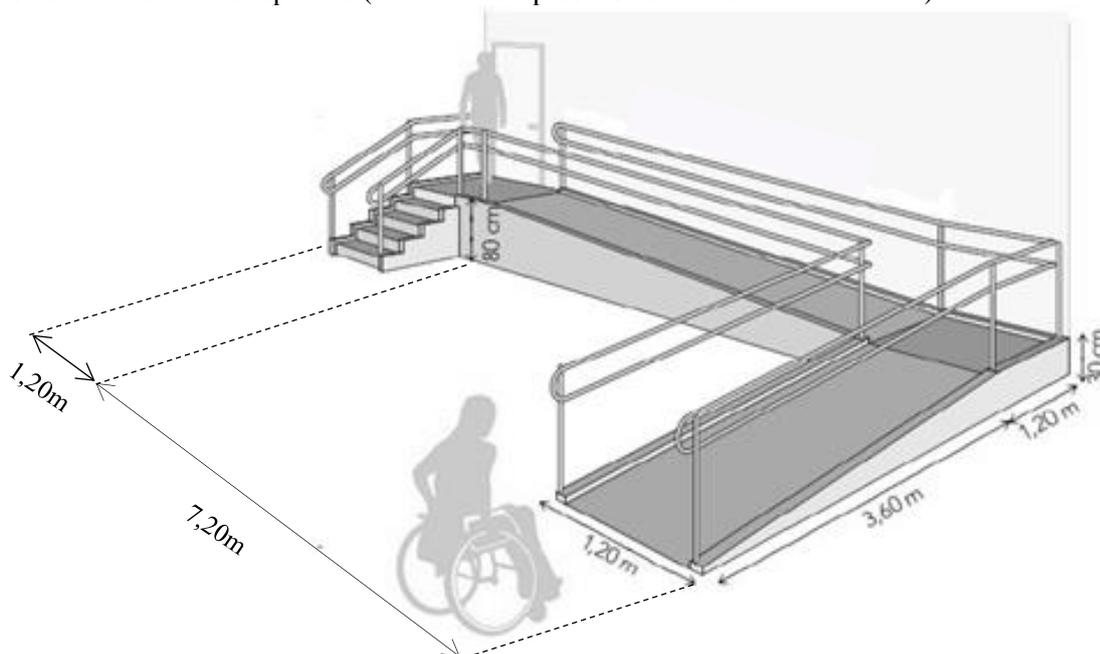
$$F = \frac{9C}{5} + 32$$

e

$$K = C + 273$$

Há uma temperatura na qual a soma dos valores numéricos que a representam, nas escalas Celsius e Kelvin, vale 317. Na escala Fahrenheit, essa temperatura é um valor situado no intervalo:

- (A) (70, 71].
 (B) (71, 72].
 (C) (72, 73].
 (D) (73, 74].
 (E) (74, 75].
05. A figura abaixo mostra uma rampa de acesso que foi construída adjacente a uma escada existente em uma das entradas de um prédio em uma escola. A rampa foi construída dentro das normas que regulam a inclinação de rampas para pessoas com necessidades especiais (cadeirantes e pessoas com mobilidade limitada).



Modificada: <http://ew7.com.br/projeto-arquitetonico-com-autocad/images/stories/rampas7.png>

Para que a rampa fique dentro das normas são necessários mais alguns ajustes, como por exemplo a sinalização com piso tátil para deficientes visuais, em toda a sua extensão até a frente da porta. O custo do piso tátil instalado, de 1,20 m de largura, é 150 reais por metro.

Para sinalizar a rampa, a escola gastará aproximadamente

- (A) 1780 reais.
 (B) 1785 reais.
 (C) 1790 reais.
 (D) 1795 reais.
 (E) 1805 reais.





06. “Inúmeras são as vantagens do piso laminado: resistência, beleza, praticidade e ótima relação custo x benefício são algumas delas. Os pisos laminados são grandes aliados também para quem sofre de alergia a pó, uma vez que não acumulam sujeira e são hipoalergênicos. A peça, constituída de lâminas, pode ser encontrada com ou sem texturas e opções com e sem vinco. E não se preocupe na hora da instalação: sua aplicação é rápida e simples e, além disso, esse tipo de piso pode ser instalado sobre um já existente.”

http://www.leroymerlin.com.br/pisos-laminados-?xdtoken=rio_de_janeiro#

Um casal resolve reformar sua sala escolhe o piso laminado, devido às vantagens descritas no anúncio acima e ao fato de o modelo estar em promoção, conforme a imagem ao lado. Tal modelo vem em caixas que contêm $2,2 \text{ m}^2$ de piso e a sala que desejam revestir possui 25 m^2 . Qual será o gasto com a instalação do piso, sabendo que são vendidas apenas caixas fechadas e que a colocação custa R\$ 300,00?



Piso Laminado
Durafloor New Way
Carvalho

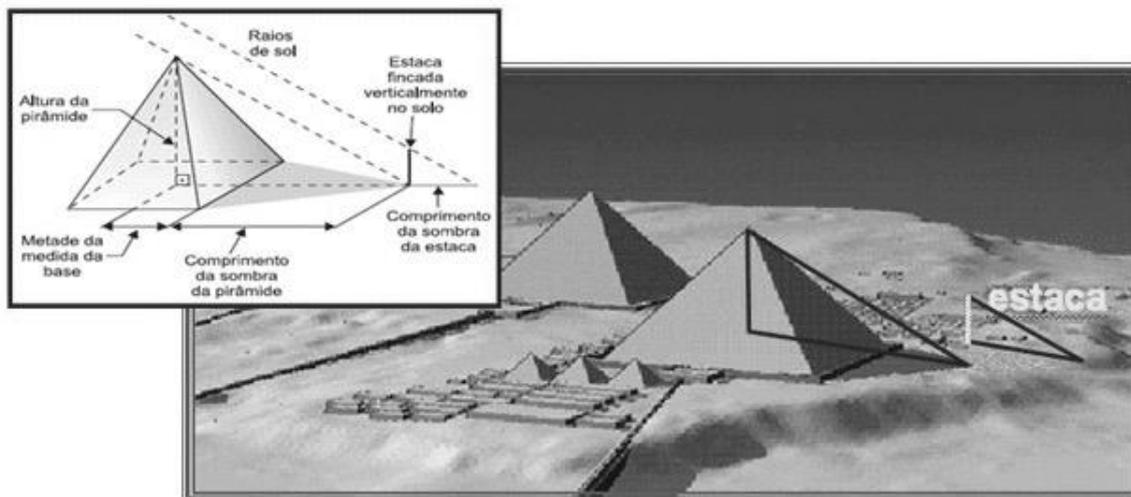
de R\$56,90/m² por:
R\$52,90/m²

- (A) R\$ 1622,50
- (B) R\$ 1643,46
- (C) R\$ 1662,55
- (D) R\$ 1681,30
- (E) R\$ 1696,56

07. Observe o texto e a imagem abaixo:

“Thales de Mileto (625 a 545 ac) terá sido o primeiro a colocar a questão básica: ‘de que é feito o mundo e como funciona?’ . A resposta não a procurava nos deuses, mas na observação da natureza.

Thales, que era comerciante, deslocava-se várias vezes ao Egito. Numa dessas viagens foi desafiado a medir a altura da pirâmide de Quéops. ”



http://3.bp.blogspot.com/_sLjuDPITvUo/TDMxheh8wZI/AAAAAAACAA/WYj0hO2eVnI/s1600/TalesPirâmideAltura.gif

Para descobrir a altura da pirâmide, Thales valeu-se de uma estaca e das medidas das sombras e da base da pirâmide. A pirâmide de Quéops tem uma base quadrada de lado medindo 230 m e o comprimento de sua sombra mede 250 m. Sabendo que a estaca utilizada tem 2 m de comprimento e sua sombra 5 m, qual a altura encontrada por Thales?

- (A) 46 m
- (B) 100 m
- (C) 126 m
- (D) 146 m
- (E) 150 m





08. Você sabe elevar números naturais terminados em 5 ao quadrado de forma rápida?
 Observe o método:

Considere o número $N5$, sendo N natural. Então $(N5)^2$ vale $M25$, sendo $M = N \cdot (N + 1)$.

Exemplos:

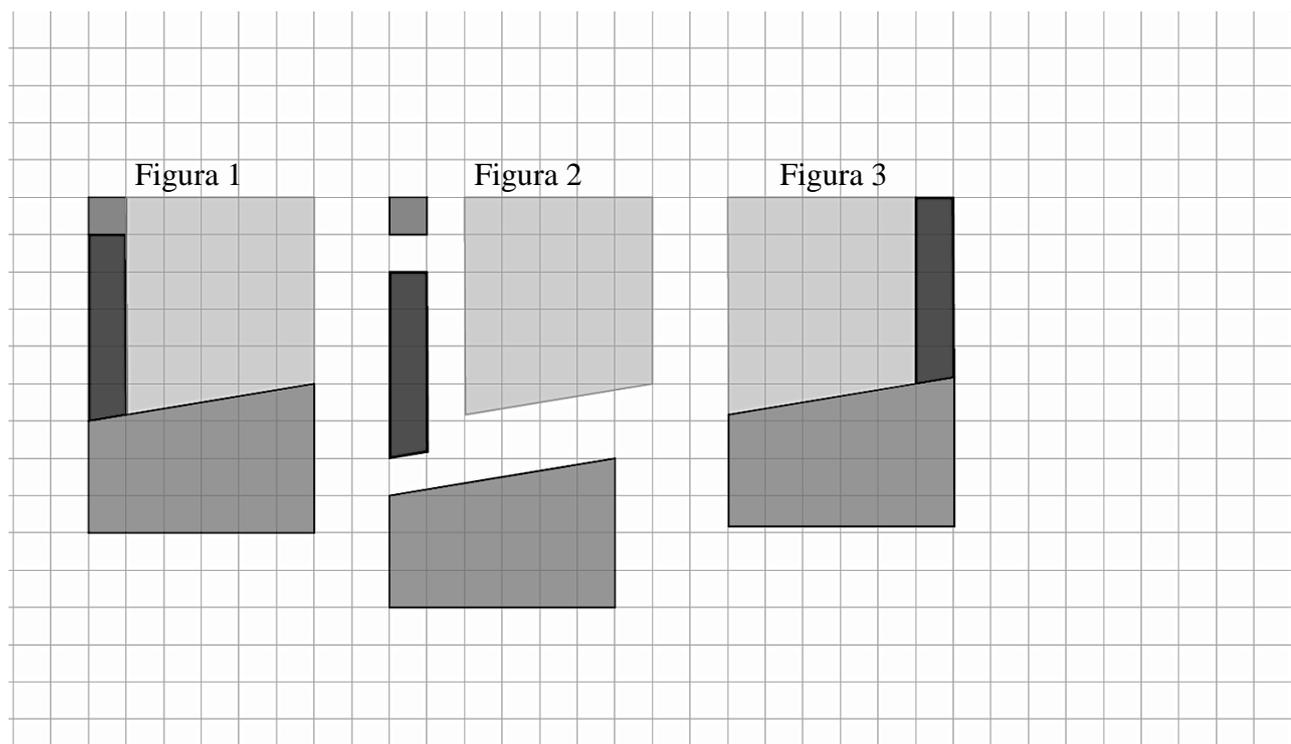
Utilizando o método temos: $45^2 = 2025$, pois, para $N = 4$, teremos $M = 4 \cdot 5 = 20$.

$105^2 = 11025$, pois, para $N = 10$, teremos $M = 10 \cdot 11 = 110$.

Baseado nessa ideia, qual dos números abaixo gera, nos naturais, uma raiz quadrada exata?

- (A) 100625
- (B) 308425
- (C) 403525
- (D) 416025
- (E) 500625

09. Na malha quadriculada abaixo vemos um retângulo (Figura 1) que foi recortado em 4 partes (Figura 2) e remontado com três das suas 4 partes (Figura 3). O quadrado, que corresponde a uma unidade de área dessa malha quadriculada, foi descartado.



Se repartirmos o novo retângulo (Figura 3) e repetirmos o processo, obteremos um novo retângulo e assim sucessivamente. Quantas vezes devemos repetir o processo descrito, para que tenhamos um retângulo de área igual a $\frac{1}{3}$ da área do retângulo da Figura 1?

- (A) 36 vezes
- (B) 30 vezes
- (C) 24 vezes
- (D) 18 vezes
- (E) 12 vezes





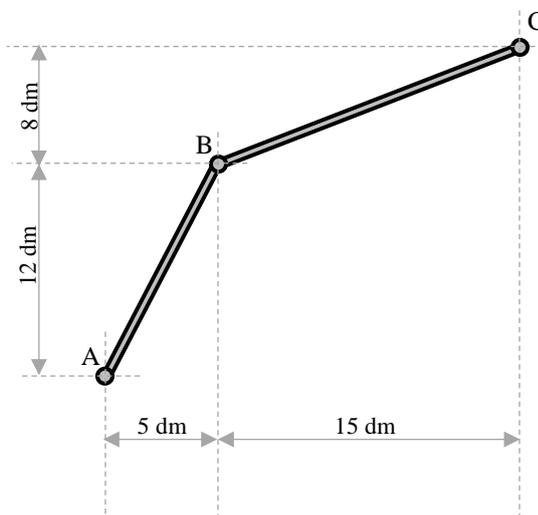
10. Considere um ponto A equidistante de outros dois pontos B e C . Sabe-se ainda que o ângulo $B\hat{A}C$ é 10° menor que seu complemento. A bissetriz do ângulo $A\hat{B}C$ intercepta o segmento AC em D e, ao traçar uma ceviana CE , E sobre o segmento AB , notamos que o ângulo $A\hat{E}D$ é o dobro do ângulo $B\hat{C}E$. Além disso, o triângulo CDE é semelhante ao triângulo CEA . Então podemos afirmar que o número que expressa a medida do ângulo $E\hat{D}B$, em graus, é um

- (A) quadrado perfeito.
- (B) múltiplo de 3.
- (C) múltiplo de 7.
- (D) cubo perfeito.
- (E) primo.

11. A cantina do Colégio Militar do Rio de Janeiro vende 96 kg de comida por dia, a 29 reais o quilo. Uma pesquisa de opinião revelou que, para cada real de aumento no preço, a cantina perderia 6 clientes, com o consumo médio de 500 g cada um. Qual deve ser o valor do quilo de comida para que a cantina tenha a maior receita possível?

- (A) R\$31,00
- (B) R\$30,50
- (C) R\$30,00
- (D) R\$29,50
- (E) R\$29,00

12. A figura a seguir ilustra uma haste AC articulada em B com as respectivas medidas horizontais e verticais referentes a uma das suas possíveis configurações.



A maior distância possível entre as extremidades A e C , em decímetros, vale

- (A) $20\sqrt{2}$.
- (B) $20\sqrt{3}$.
- (C) 24.
- (D) 30.
- (E) 32.





Utilize o texto abaixo para responder às questões 13 e 14.

A *Olimpíada Internacional de Matemática (IMO)* é a maior, mais antiga e prestigiada Olimpíada científica para alunos do ensino médio. A história da IMO data de 1959, quando a primeira edição foi realizada na Romênia, com a participação de sete países: Romênia, Hungria, Bulgária, Polônia, Checoslováquia, Alemanha Oriental e URSS. Cada país pode enviar uma equipe de até seis alunos do ensino médio - ou alunos que não tenham ingressado em uma universidade, ou instituição equivalente, na data de realização da Olimpíada - além de um líder de equipe, um vice-líder e observadores, se desejado.

Durante a IMO, os competidores devem resolver, individualmente, duas provas em dois dias consecutivos, com três problemas em cada dia. Cada problema vale 7 (sete) pontos.

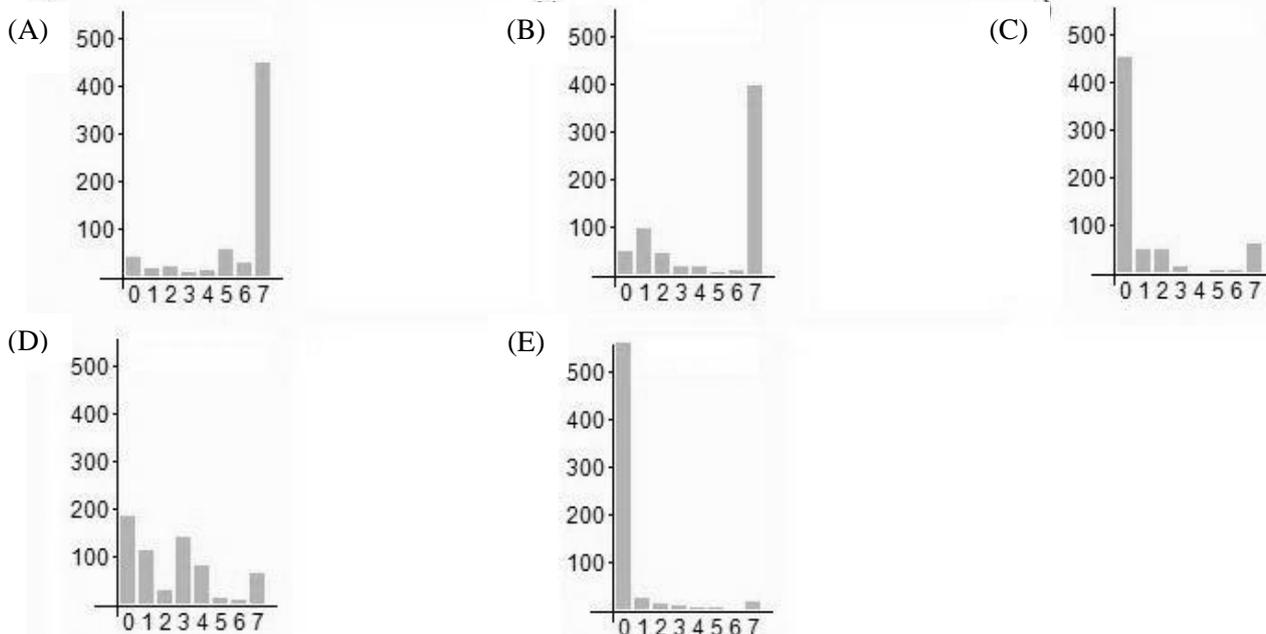
<https://www.imo2017.org.br/sobre-a-imo.html>

13. A tabela abaixo representa a quantidade de candidatos que obtiveram determinada pontuação (de 0 a 7 pontos), em cada questão da 58ª IMO, realizada no Rio de Janeiro, no período de 12 a 23 julho de 2017.

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6
0 ponto	40	183	608	47	451	557
1 ponto	16	110	3	93	46	24
2 pontos	17	26	0	42	47	9
3 pontos	5	138	0	14	9	5
4 pontos	12	79	1	15	0	4
5 pontos	54	10	1	4	2	2
6 pontos	25	8	0	6	1	0
7 pontos	446	61	2	394	59	14

Adaptado de: http://imo-official.org/year_statistics.aspx?year=2017

O gráfico que pode representar a distribuição de pontuações da Questão 4 é



14. A IMO premia a metade dos participantes com medalhas. Essas medalhas – ouro, prata e bronze – são concedidas, respectivamente, na proporção de 1:2:3. Para incentivar o maior número possível de alunos a resolverem problemas completos, são concedidos certificados de menção honrosa àqueles estudantes que não receberam medalha, mas obtiveram 7 (sete) pontos em pelo menos um problema.

Adaptado de: <https://www.imo2017.org.br/sobre-a-imo.html>

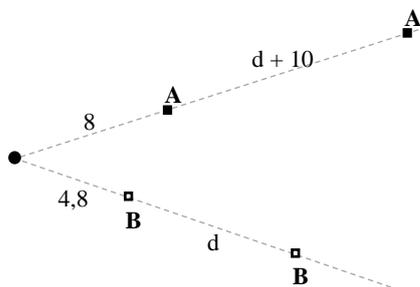
Obedecidas as regras, o percentual de candidatos que faz jus à medalha de bronze na IMO é

- (A) 12,5%.
- (B) 16,7%.
- (C) 20%.
- (D) 25%.
- (E) 33%.





15. Dois barcos A e B partem de um mesmo ponto, em trajetórias retilíneas, seguindo direções diferentes. No instante em que o barco A completa um deslocamento de 8,0 jardas, o barco B atinge a marca de 4,8 jardas. Cada barco preserva a sua velocidade desde o momento da partida. Quando o barco B percorrer uma certa distância d , o barco A fará, nesse mesmo intervalo, 10,0 jardas a mais.



É correto afirmar que d é um múltiplo de

- (A) 2.
- (B) 5.
- (C) 7.
- (D) 9.
- (E) 11.

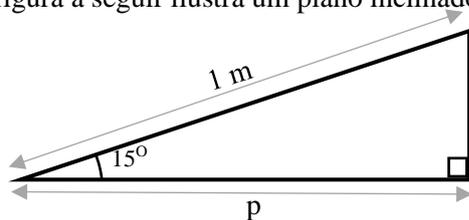
Utilize a identidade abaixo para resolver a questão 16.

“Se A e B forem números reais positivos, então é sempre verdade que:

$$\sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} + \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}} = \sqrt{A + \sqrt{B}}$$

Essa identidade pode ser provada elevando-se ao quadrado ambos os membros da igualdade.”

16. A figura a seguir ilustra um plano inclinado de 1 m de comprimento e a cive de 15° .



A projeção horizontal p dessa rampa mede, em metros, $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}$.

A medida de p também pode ser expressa com exatidão por

- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- (B) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{4}$.
- (C) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.
- (D) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{3}}{5}$.
- (E) $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{6}}{6}$.

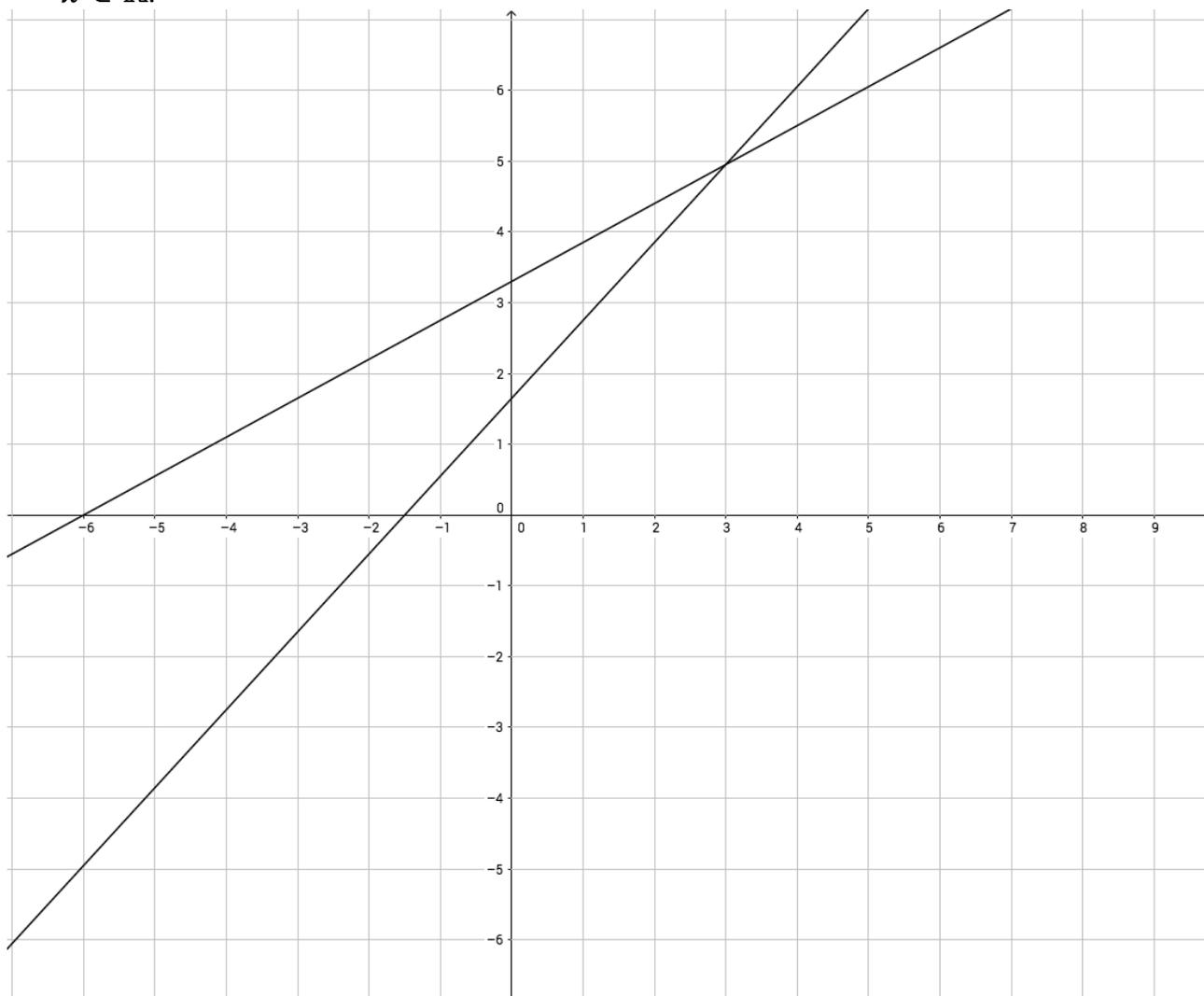




17. O gráfico de uma função real $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, de variável real, passa pelo ponto de coordenadas $(0,4)$. Quando x vale 3, sua imagem é 7, que é o valor máximo dessa função. Utilizando os dados acima, podemos afirmar que o valor de A é

- (A) $1/6$.
- (B) $-1/6$.
- (C) $-1/2$.
- (D) $1/3$.
- (E) $-1/3$.

18. A figura abaixo ilustra o gráfico de duas funções reais $g(x) = Mx + 2P$ e $h(x) = 2Mx + P$, com $x \in \mathbb{R}$.



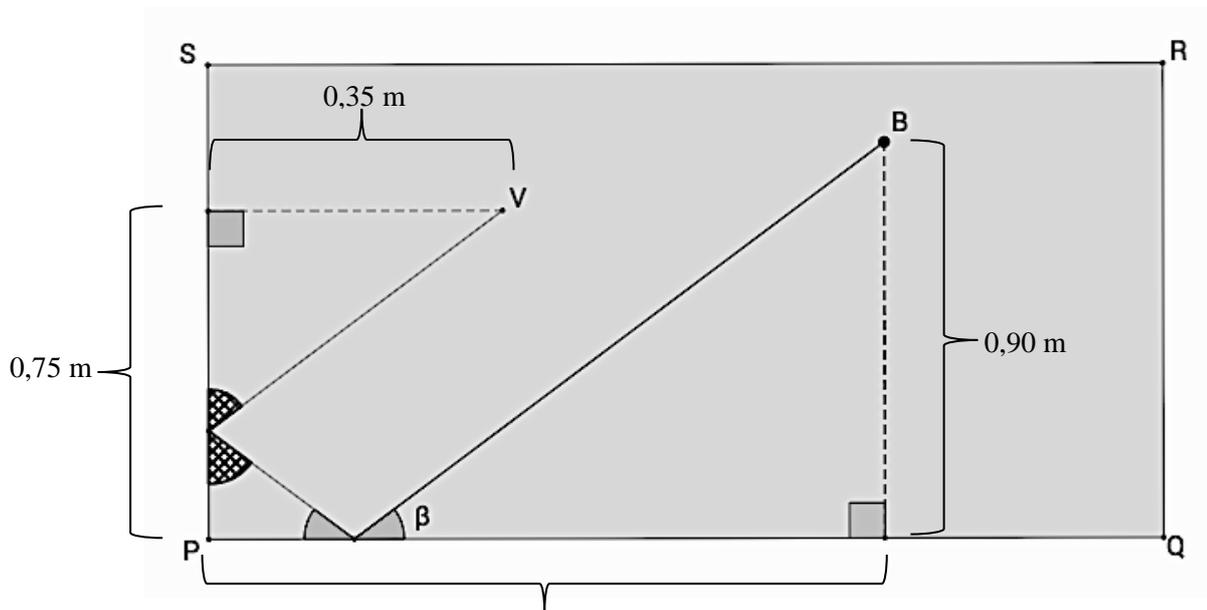
Se o ponto de interseção tem coordenadas $(3,5)$, então

- (A) $P = M$.
- (B) $P = 2M$.
- (C) $P = 3M$.
- (D) $P + M = 0$.
- (E) $P + M = 1$.





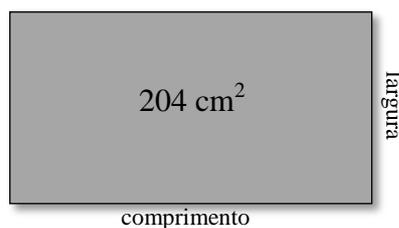
19. O retângulo PQRS é a representação de uma mesa de sinuca. O objetivo é alcançar a bola verde, representada pelo ponto V, com a bola branca, representada pelo ponto B. Sabe-se que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, como destacado na figura abaixo.



Qual o valor da tangente do ângulo β ? 1,50

- (A) 32/37
- (B) 33/37
- (C) 36/37
- (D) 32/35
- (E) 33/35

20. A figura ilustra uma chapa metálica retangular bem fina cuja superfície vale 204 cm^2 .



Devido à dilatação térmica, a maior das dimensões (comprimento) foi aumentada de 3 cm e a largura, de 2 cm, fazendo com que essa superfície seja aumentada de 76 cm^2 .

“Observe que a área de um retângulo corresponde ao produto do comprimento pela largura.”

Nessas condições, o comprimento pode ter dois valores, ambos contidos no intervalo

- (A) [11,0; 12,5].
- (B) [13,5; 15,5].
- (C) [14,5; 16,5].
- (D) [16,5; 18,5].
- (E) [17,5; 19,5].

