MATEMÁTICA

01. Se $\sqrt[4]{3}$, e $b = \frac{61}{50}$ C = 1,222222..., assinale a opção correta.

a) a < c < b
b) a < b < c
c) c < a < b
d) b < a < c
e) b < c < a

Resolução:

$$\begin{cases} a = \sqrt[4]{3} \\ b = \frac{61}{50} \\ c = 1{,}22... = 1\frac{2}{9} = \frac{11}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = \left(\sqrt[4]{3}\right)^2 = \sqrt{3} \approx 1{,}732... \\ b^2 = \frac{3721}{2500} = 1{,}4884 \\ c^2 = \frac{121}{81} = 1{,}\overline{493827160} \end{cases}$$

$b^2 < c^2 < a^2$
b < c < a
ALTERNATIVA E

02. Sabendo-se que f(0) = 3 e f(n + 1) = f(n) + 7, então f(201) é igual a:
a) 1206
b) 1307
c) 1410
d) 1510
e) 1606

Resolução
f(0) = 3
f(1) = f(0) + 7 $\Rightarrow$ f(1) = 3 + 7
f(2) = f(1) + 7 $\Rightarrow$ f(2) = 3 + 7 + 7
f(3) = f(2) + 7 $\Rightarrow$ f(3) = 3 + 7 + 7 + 7
$\vdots$
f(n) = 3 + n · 7
f(201) = 3 + 201 · 7
f(201) = 1410

ALTERNATIVA C

03. Seja a função f : Z → Q (sendo Z o conjunto dos números inteiros e Q o conjunto dos números racionais) com a seguinte propriedade definida por $f(x-1)+1 = \frac{f(x-1)-1}{f(x)}$. Sabendo-se que f(0) = 4, o valor de f(1007) é igual a
a) - 1
b) 4
c) $-\frac{1}{4}$
d) $-\frac{5}{3}$
e) $\frac{3}{5}$

Resolução:
$f : Z \longrightarrow Q$
f(0) = 4
$$f(x-1)+1 = \frac{f(x-1)-1}{f(x)}$$

Isolando f(x) na equação acima obtemos:

$$f(x) = \frac{f(x-1)-1}{f(x-1)+1} \quad \text{(I)}$$

Segue que:

$$f(x+1) = -\frac{1}{f(x-1)} \quad \text{(II)}$$

$$f(x+2) = -\frac{1}{f(x)} \quad \text{(III)}$$

f(x + 4) = f(x) (IV)

Assim f(1007) = f(3 + 251 · 4) = f(3)

Fazendo x = 1 em (III), obtemos:

$$f(3) = -\frac{1}{f(1)}$$

Fazendo x = 1 em (I) e usando f(0) = 4.
Obtemos:

$$f(1) = \frac{f(0)-1}{f(0)+1} = \frac{4-1}{4+1} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Logo, } f(3) = -\frac{1}{\frac{3}{5}} = -\frac{5}{3}$$

ALTERNATIVA D

04. O conjunto solução da inequação $\frac{1+x}{1-x} \geq 1$ é:

a) [0, + ∞]
b) [0, 1)
c) (1, + ∞)
d) [0, 1]
e) (-∞, 0] ∪ (1, + ∞)

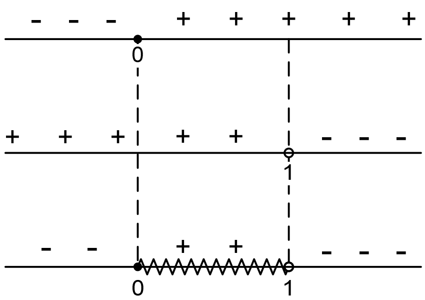
Resolução:

$$\frac{1+x}{1-x} \geq 1$$

$$\frac{1+x}{1-x} - 1 \geq 0$$

$$\frac{1+x-(1-x)}{1-x} \geq 0$$

$$\frac{2x}{1-x} \geq 0$$



$S = [0, 1)$
ALTERNATIVA B

05. Se a sequência de inteiros positivos (2, x, y) é uma Progressão Geométrica e (x + 1, y, 11) uma Progressão Aritmética, então, o valor de x + y é
a) 11
b) 12
c) 13
d) 14
e) 15

Resolução:
Como (2, x, y) é uma P.G. temos:
$x^2 = 2y$ (I)
Como (x + 1, y, 11) é uma P.A. temos:
$2y = x + 1 + 11$
$2y = x + 12$ (II)
Substituindo (II) em (I), obtemos:
$x^2 = x + 12$
$x^2 - x - 12 = 0$
x' = -3 (não convém)
x" = 4
Substituindo x = 4 em (I), obtemos $2y = 4^2 \Rightarrow y = 8$
Logo x + y = 12

ALTERNATIVA B

06. Sejam A, B e C matrizes de ordem 3 x 3 inversíveis tais que $\det A^{-1} = 3$ e $\det\left((AB)^{-1} + \frac{1}{2}I\right) = 4$. Sabendo-se que I é a matriz identidade de ordem 3, tal que $I = -3C^{-1}(2B^{-1} + A)^T$, o determinante de C é igual a
a) - 8/3
b) - 32/3
c) - 9
d) - 54
e) - 288

Resolução:
Note que:

$$(2B^{-1} + A)^T = \left[\left(B^{-1} \cdot A^{-1} + \frac{1}{2}I\right) \cdot 2A\right]^T$$

$$\det\,(2B^{-1} + A)^T = \det\left[\left(B^{-1} \cdot A^{-1} + \frac{1}{2}I\right) \cdot 2A\right]^T$$

$$\det\,(2B^{-1} + A)^T = \det\left(B^{-1} \cdot A^{-1} + \frac{1}{2}I\right) \cdot \det(2A)$$

$$\det\,(2B^{-1} + A)^T = 4 \cdot 2^3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{32}{3}$$

Tomando o determinante em $I = -3C^{-1} \cdot (2B^{-1} + A)^T$
Obtemos

$$\det\,[-3C^{-1} \cdot (2B^{-1} + A)^T] = \det I$$

$$(-3)^3 \cdot \det(C^{-1}) \cdot \det(2B^{-1} + A)^T = 1$$

$$(-27) \cdot \det(C^{-1}) \cdot \frac{32}{3} = 1$$

$$\det(C^{-1}) = -\frac{1}{288}$$

det (C) = -288

ALTERNATIVA E

07. Um carro percorre 240 km com o desempenho de 12 km por litro de gasolina. Ao utilizar álcool como combustível, o desempenho passa a ser de 8 km por litro de álcool. Sabendo que o litro de álcool para que o gasto ao percorrer a mesma distância seja igual ao gasto que se tem ao utilizar gasolina como combustível?
a) R$ 1,60
b) R$ 1,65
c) R$ 1,72
d) R$ 1,75
e) R$ 1,80

Resolução:

$$\frac{240}{12} \cdot 2{,}70 = 20 \cdot 2{,}70 = R\$54{,}00$$

Gasto com Álcool:

$$\frac{240}{8} \cdot x = 30x$$

30x = 54
x = 1,80

ALTERNATIVA E

08. Dada a equação $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 25 = 0$, assinale a opção que apresenta a distância do centro da curva à origem do sistema de coordenadas.
a) 5
b) 6
c) 8
d) $\sqrt{24}$
e) $\sqrt{29}$

Resolução:
$x^2 + y^2 - 4x + 10y + 25 = 0$

$$x_c \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y_c \frac{10}{-2} = -5$$

c(2; -5)

$$d^2_{\overline{c_o}} = \Delta_x^2 + \Delta_y^2$$

$$d^2_{\overline{c_o}} = (2-0)^2 + (-5-0)^2$$

$$d^2_{\overline{c_o}} = \sqrt{4+25}$$

$$d_{\overline{c_o}} = \sqrt{29}$$

09. Analise a função a seguir.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, x \neq 2 \\ 3p-5, x = 2 \end{cases}$$

Para que a função acima seja contínua no ponto x = 2, qual deverá ser o valor de p?
a) 1/3
b) 1
c) 3
d) - 1
e) - 3

Resolução:
Para que a função f seja contínua em x = 2 devemos ter:
i) f definida em 2.
ii) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = f(2)$

Assim:

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x+2) = 4$$

f(2) = 3p -5
3p -5 = 4
p = 3

ALTERNATIVA C

10. Sejam os números complexos z tais que $\frac{1}{3}|z| = |\overline{z+1}|$. O lugar geométricos das imagens desses números complexos é uma
a) parábola
b) reta
c) circunferência de raio 3/8
d) circunferência de raio 3/2
e) hipérbole

Resolução:

$$\frac{1}{3}|z| = |\overline{z+1}| \Rightarrow |z| = 3|\overline{z+1}| \Rightarrow |z|^2 = 9|\overline{z+1}|^2 \Rightarrow$$

$$z \cdot \overline{z} = 9(\overline{\overline{z+1}}) \cdot (\overline{z+1}) \Rightarrow z \cdot \overline{z} = 9(z+1)(\overline{z}+1) \Rightarrow$$

$$9(z\overline{z} + z + \overline{z} + 1) = z \cdot \overline{z} \Rightarrow$$

$$8z\overline{z} + 9(z + \overline{z}) + 9 = 0 \Rightarrow$$

$$8z\overline{z} + 9(z + \overline{z}) = -9;$$

Tomando z = x + iy $\in \mathbb{C}$ e $\bar{z} = x - iy \in \mathbb{C}$

$z + \bar{z} = 2x$

Logo

$8(x^2 + y^2) + 9 \cdot 2x = -9$

$8x^2 + 18x + 8y^2 = -9$

$$x^2 + \frac{18x}{8} + y^2 = -\frac{9}{8} \Rightarrow x^2 + \frac{9}{4}x + y^2 = -\frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{9}{4}x + \frac{81}{64} + y^2 = -\frac{9}{8} + \frac{81}{64}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{9}{8}\right)^2 + y^2 = \frac{-72 + 81}{64}$$

$$\left(x + \frac{9}{8}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{64}$$

Circunferência de centro $\left(-\frac{9}{8}, 0\right)$ e raio $\frac{3}{8}$.

ALTERNATIVA C

11. A divisão de um polinômio P(x) por (x – 4) deixa resto 3, por (x + 1) deixa resto 8 e por (x – 2) deixa resto – 1. O resto da divisão de P(x) pelo produto (x – 4) · (x + 1) · (x – 2) tem como soma dos coeficientes

a) - 24
b) 9
c) - 3
d) 0
e) - 4

Resolução:

p(x) = (x – 4)q(x) + 3

p(x) = (x + 1)q, (x) + 8

p(x) = (x – 2) q_2(x) – 1

Seja p(x) = (x – 4)(x + 1)(x – 2)q_3(x) + (ax^2 + bx + c)

p(4) = 16a + 4b + c = 3

p(-1) = a – b + c = 8

p(2) = 4a + 2b + c = - 1

$$\Rightarrow \begin{cases} 16a + 4b + c = 3 \\ a - b + c = 8 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema obtemos a = 1, b = - 4 e c = 3.

Logo a + b + c = 0

ALTERNATIVA D

12. A circunferência de equação $\left(x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(y - \left(1 + \sqrt{2}\right)\right)^2 = 4 + 2\sqrt{2}$ intercepta o eixo das abscissas em dois pontos A e B. Sabendo que o segmento AB é lado de um polígono regular convexo que possui centro coincidente com o centro da circunferência, calcule o perímetro desse polígono.

a) 24
b) 16
c) 15
d) $6\left(\sqrt{2} + 1\right)$
e) $6\left(\sqrt{2} + 2\right)$

Resolução:

$$\left(x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(y - \left(1 + \sqrt{2}\right)\right)^2 = 4 + 2\sqrt{2}$$

y = 0

$$\left(x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(1 + \sqrt{2}\right)^2 = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$\left(x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 + 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 4 + 2\sqrt{2}$$

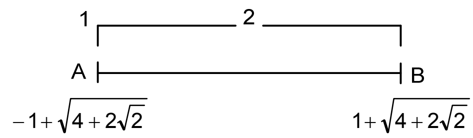
$$\left(x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 + 3 + 2\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \left(x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 = 1$$

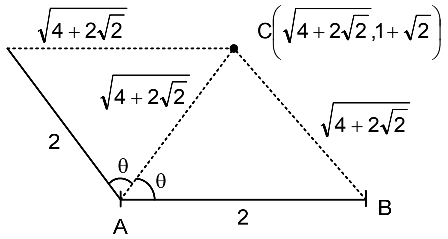
$$\Rightarrow x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$$

ou

$$x - \sqrt{4 + 2\sqrt{2}} = -1 \Rightarrow x = -1 + \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$$



$\overline{AB} = 2$



$$\Rightarrow R = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}'$$

Lei dos cossenos

$$\left(\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}\right)^2 + 2 - 2 \cdot 2\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} \cos\theta$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} \cos\theta = 4 \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}$$

Deste modo; $\cos^2\theta = \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}}$, logo

$$\text{sen}^2\theta = 1 - \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}} \Rightarrow \text{sen}^2\theta = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{4 + 2\sqrt{2}}$$

Por outro lado; cos2θ = $\cos^2\theta$ - $\text{sen}^2\theta$. Logo

$$\cos 2\theta = \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}} - \left(\frac{3 + 2\sqrt{2}}{4 + 2\sqrt{2}}\right) \Rightarrow \cos^2\theta = -\frac{2 - 2\sqrt{2}}{4 + 2\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos 2\theta = \frac{-2\left(1 + \sqrt{2}\right)}{2\left(2 + \sqrt{2}\right)} \Rightarrow \cos^2\theta = -\frac{\left(1 + \sqrt{2}\right)}{2 + \sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\cos 2\theta = \frac{-1 - \sqrt{2}}{\left(2 + \sqrt{2}\right)} \cdot \frac{\left(2 - \sqrt{2}\right)}{\left(2 - \sqrt{2}\right)} = -\frac{2 + \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2}{4 - 2} \Rightarrow$$

$$\cos 2\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 2\theta = \frac{3\pi}{4};$$

pois θ é ângulo de um triângulo.

Como o polígono é regular, temos que $A_i = \frac{S_i}{N}$, deste modo

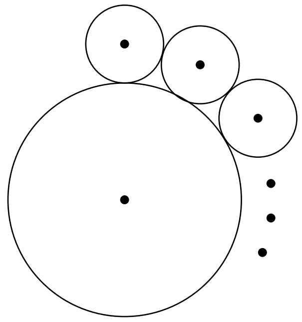
$$\frac{3\pi}{4} = \frac{\pi(n-2)}{n} \Rightarrow 3n = 4n - 8$$

$\Rightarrow$ n = 8 lados

Portanto, 2p = 8 · 2 $\Rightarrow$ 2p = 16

ALTERNATIVA B

13. Analise a figura a seguir.

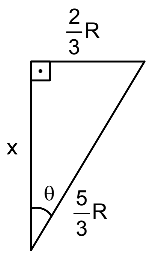


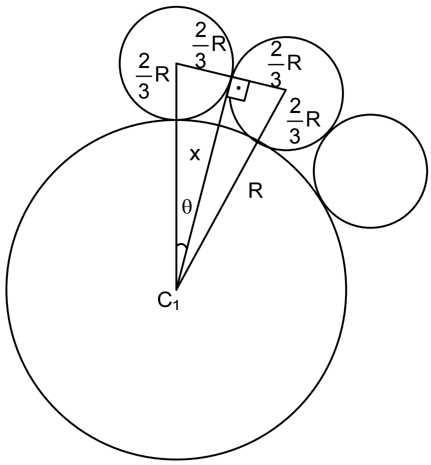
Seja o círculo C_1 de raio R, onde estão dispostos n círculos tangentes exteriores a C_1, todos com raios iguais a $\frac{2}{3}R$, como mostra a figura acima. Assinale a opção que apresenta o valor máximo de n.

Dado: $\arccos\frac{\sqrt{21}}{5} \cong 0{,}41\,\text{rad}$

a) 7
b) 6
c) 5
d) 4
e) 3

Resolução:





$$\left(\frac{5}{3}R\right)^2 = \left(\frac{2}{3}R\right)^2 + x^2$$

$$\frac{25}{9}R^2 - \frac{4}{9}R^2 = x^2$$

$$\frac{21}{9}R^2 = x^2$$

$$\frac{\sqrt{21}}{9}R = x$$

$$\cos\theta\,\frac{x}{\frac{5}{3}R} = \frac{\frac{\sqrt{21}}{3}R}{\frac{5}{3}R} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Então
θ = 0,41 rad.
2θ = 0,82 rad.

Logo,

$$n = \frac{2\pi rd}{0{,}82rd} = \frac{2\cdot 3{,}14}{0{,}82}$$

$$n = \frac{6{,}28}{0{,}82} = 7{,}65 \cong 7$$

14. Um projétil é lançado de baixo para cima e a sua trajetória descreve uma curva plana de equação $h = 27t - 3t^2$, onde h é a altura em cada momento, em função do tempo. Sabendo que h está em quilômetros e t em minutos, qual será a altura máxima atingida por esse projétil?

a) 6,075 x 10 km
b) 6,75 x 10 km
c) 60,75 x 10 km
d) 67,5 x 10 km
e) 675 x 10 km

Resolução:
$h = 27t - 3t^2$
$h = -3t^2 + 27t$

A altura máxima é atingida quando $t = -\frac{27}{2\cdot(-3)} = \frac{9}{2}\text{min}$. Assim

$$h_{\text{máxima}} = -3\cdot\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 27\cdot\frac{9}{2}$$

$$h_{\text{máxima}} = -\frac{243}{4} + \frac{243}{2}$$

$$h_{\text{máxima}} = \frac{243}{4}\text{km}$$

$h_{\text{máxima}} =$ 60,75 = 6,075 x 10 km

ALTERNATIVA A

15. Seja uma pirâmide quadrangular regular com arestas iguais a 2cm. No centro da base da pirâmide, está centrada uma semiesfera que tangencia as arestas da pirâmide. Existe uma esfera de maior raio, que está apoiada externamente em uma faze lateral da pirâmide e tangencia internamente a superfície curva da semiesfera. Essa esfera possui volume, em cm^3, igual a

a) $\pi\frac{27-11\sqrt{6}}{54}$

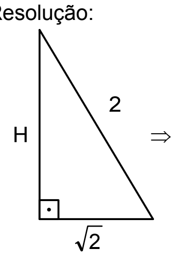
b) $\pi\frac{\sqrt{3}}{24}$

c) $\pi\frac{4\sqrt{3}}{24}$

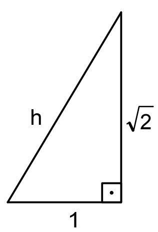
d) $\pi\frac{108-44\sqrt{6}}{27}$

e) $\pi\frac{2}{3}$

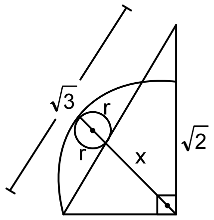
Resolução:



$\Rightarrow H = \sqrt{2}$



$\Rightarrow H = \sqrt{3}$



$x \cdot \sqrt{3} = 1 \cdot \sqrt{2}$

$x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Como

$2\pi + x = 1$

$2\pi + \frac{\sqrt{6}}{3} = 1$

$r \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6}$

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$

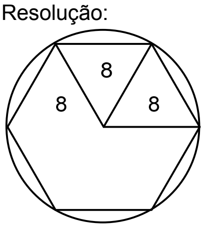
$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6}\right)^3 =$

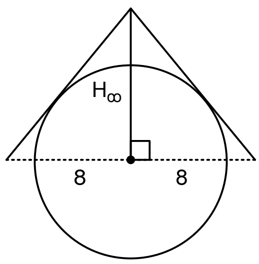
$\pi \frac{27 - 11\sqrt{6}}{54}$

16. Um hexágono regular de lado igual a 8cm está inscrito na base de um cone de revolução de volume igual a 128π cm^3. A razão entre a área total do cone e a área total de um cilindro, com o mesmo volume e a mesma base do cone, é de

a) 0,3
b) 0,6
c) 0,9
d) 0,27
e) 0,36

Resolução:





I)

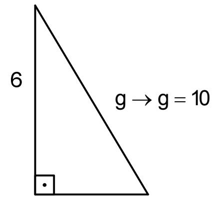
$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi 8^2 \cdot H_{con}$

$V_{cone} = 128\pi$

$\frac{1}{3}\pi 64 \cdot H_{con} = 128\pi$

II)

$H_{con} = 6$



$V_{cil} = \pi 8^2 \cdot H_{cil}$

$V_{cil} = 128\pi$

$\pi 64 \cdot H_{cil} = 128\pi$

$H_{cil} = 2$

$\frac{A_{cone}}{A_{cil}} = \frac{\pi R^2 + \pi R g}{2\pi R^2 + 2\pi R \pi} = \frac{64\pi + \pi \cdot 8 \cdot 10}{128\pi + 2\pi \cdot 8 \cdot 2}$

$\frac{A_{cone}}{A_{cil}} = \frac{144\pi}{160\pi} = 0{,}9$

17. Se {a, b, c} é o conjunto solução da equação $x^3 - 13x^2 + 47x - 60 = 0$, qual o valor de $a^2 + b^2 + c^2$?

a) 263
b) 240
c) 169
d) 75
e) 26

Resolução:

Se {a, b, c} é o conjunto solução da equação

$x^3 - 13x^2 + 47x - 60 = 0$

Usando as relações de Givard, obtemos

$a + b + c = 13$

$ab + ac + bc = 47$

$abc = 60$

Por outro lado; $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$

Assim:

$(13)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(47)$

$169 = a^2 + b^2 + c^2 + 94$

$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 169 - 94$

$a^2 + b^2 + c^2 = 75$

ALTERNATIVA D

18. Sejam p e q números reais, tais que, $p \neq -q$ e $p \cdot q \neq 0$, a expressão $\frac{(p+q)^{-1} \cdot (q^{-2} - p^{-2})}{p^{-2} \cdot q^{-2}}$ é equivalente a:

a) $p^{-1} + q^{-1}$
b) pq
c) p + q
d) $p^{-1} + q^{-2} \cdot p$
e) p - q

Resolução:

p, q $\in$IR tais que $p \neq -q$ e $p \cdot q \neq 0$

$\frac{(p+q)^{-1} \cdot (q^{-2} - p^{-2})}{p^{-2} \cdot q^{-2}}$

$\frac{(q^{-2} - p^{-2}) \cdot p^2 \cdot q^2}{(p+q)}$

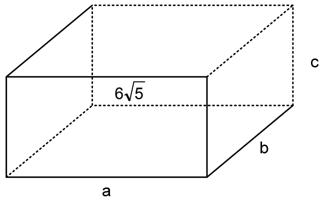
$\frac{p^2 - q^2}{p+q}$

$\frac{(p+q)(p-q)}{p+q} = p - q$

ALTERNATIVA E

19. Seja um container, no formato de um paralelepípedo retângulo de dimensões a, b e c, a maior distância entre dois vértices do paralelepípedo é igual a $6\sqrt{5}$. É correto afirmar que metade de sua área total, em m^2, vale
(Dado: a+b+c=22m)
a) 120
b) 148
c) 152
d) 188
e) 204

Resolução:



$D = 6\sqrt{5}$
$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$
$\left(6\sqrt{5}\right)^2 = a^2 + b^2 + c^2$
$180 = a^2 + b^2 + c^2$
Como
$a + b + c = 22$
$(a + b + c)^2 = 22^2 = 484$
$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 484$
$180 + 2(ab + ac + bc) = 484$
$2(ab + ac + bc) = 304$
$ab + ac + bc = 152$

20. Sejam x, y e z números reais positivos onde x+y=1 – z, e sabendo-se que existem ângulos α e β onde $x = \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta$ e $y = \cos^2\alpha \cdot \text{sen}^2\beta$, é correto afirmar que o valor mínimo da expressão $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}-2\sqrt{2}\cdot\frac{z}{x+y}$ é

a) 6
b) $6+2\sqrt{2}$,
c) 12
d) $9+2\sqrt{2}$,
e) $12+2\sqrt{2}$,

Resolução:
$x + y = 1 – z$
$x = \cos^2\alpha \cos^2\beta$
$y = \cos^2\alpha\ \text{sen}^2\beta$
$\Rightarrow x + y = \cos^2\alpha$

$z = 1 – (x + y) \Rightarrow z = 1 – \cos^2\alpha \Rightarrow z = \text{sen}^2\alpha$

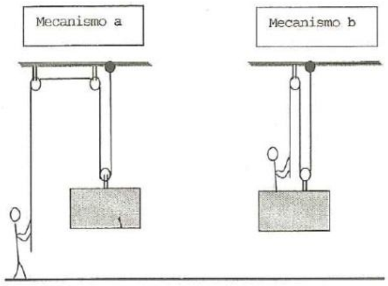
Assim
$$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}-2\sqrt{2}\cdot\frac{z}{x+y}$$
pode ser escrito da seguinte maneira,
$$f(\alpha,\beta)=\frac{1}{\cos^2\alpha}\left[\frac{1}{\cos^2\beta}+\frac{2}{\text{sen}^2\beta}\right]+\frac{3}{\text{sen}^2\alpha}-2\sqrt{2}\text{tg}^2\alpha$$
Observe que:
$$\frac{1}{\cos^2\beta}+\frac{2}{\text{sen}^2\beta}=\sec^2\beta+2\,\text{cossec}^2\beta=\text{tg}^2\beta+1+2(\text{cotg}^2\beta+1)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2\beta}+\frac{2}{\text{sen}^2\beta}=3+\text{tg}^2\beta+2\,\text{cotg}^2\beta\geq 3+2\sqrt{\text{tg}^2\beta\cdot 2\,\text{cotg}^2\beta}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2\beta}+\frac{2}{\text{sen}^2\beta}\geq 3+2\sqrt{2}$$

Logo
$$f(\alpha,\beta)\geq(3+2\sqrt{2})\sec^2\alpha+3\,\text{cossec}^2\alpha-2\sqrt{2}\text{tg}^2\alpha\Rightarrow$$
$$f(\alpha,\beta)\geq\left(\frac{3}{\cos^2\alpha}+\frac{3}{\text{sen}^2\alpha}\right)+2\sqrt{2}(\sec^2\alpha-\text{tg}^2\alpha)\Rightarrow$$
$$f(\alpha,\beta)\geq 3\left(\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{1}{\text{sen}^2\alpha}\right)+2\sqrt{2}(\text{tg}^2\alpha+1-\text{tg}^2\alpha)\Rightarrow$$
$$f(\alpha,\beta)\geq 3\left(\frac{\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha}{\text{sen}^2\cos^2\alpha}\right)+2\sqrt{2}\Rightarrow$$
$$f(\alpha,\beta)\geq\frac{3}{\left(\frac{\text{sen}^2\beta}{2}\right)}+2\sqrt{2}\Rightarrow$$
$$f(\alpha,\beta)\geq\frac{3}{\frac{\text{sen}^2 2\beta}{4}}+2\sqrt{2}\Rightarrow$$
$$f(\alpha,\beta)\geq\frac{12}{\text{sen}^2 2\beta}+2\sqrt{2}\geq 12+2\sqrt{2}$$
Logo
$f(\alpha,\beta)\geq 12+2\sqrt{2}$,
portanto o valor mínimo é igual $12+2\sqrt{2}$,

ALTERNATIVA E

FÍSICA

21. Analise a figura a seguir.



Um trabalhador pretende elevar uma carga de peso W usando um dos mecanismos a e b mostrados acima. Sabendo que o peso do trabalhador é igual ao da carga e que o atrito nas roldanas é desprezível, é correto afirmar que a relação entre as trações, T_a e T_b, que o trabalhador exerce sobre cada um dos mecanismos é

a) $T_a = T_b$

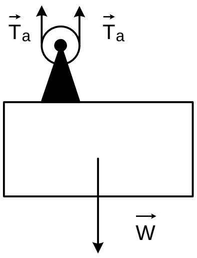
b) $T_a = \frac{1}{2}$

c) $T_a = \frac{2}{3}$

d) $T_a = \frac{3}{4}$

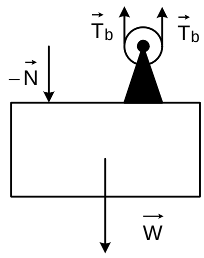
e) $T_a = 2T_b$

Resolução:
No mecanismo (a), temos:



$2T_a = W$ (EQ1)
Supondo que a elevação aconteça com VELOCIDADE CONSTANTE.

No mecanismo (b), temos:
Força no trabalhador: $N + T_b = P$



Forças na carga: $2T_b = N + W$

Então:
$2T_b = (P - T_b) + W$
$3T_b = P + W$ como $P = W$
$3T_b = 2W$ (EQ2)

Relacionando a EQ1 e a EQ2, vem:

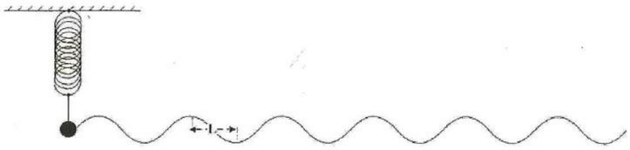
$$2T_2 = W = \frac{3}{2}T_b$$

$4T_a = 3T_b$

$$T_a = \frac{3}{4}T_b$$

ALTERNATIVA D

22. Observe a figura a seguir.



Uma mola ideal tem uma de suas extremidades presa ao teto e a outra a uma esfera de massa m que oscila em movimento harmônico simples. Ligada à esfera, tem-se um fio muito longo de massa desprezível, e nele observa-se, conforme indica a figura acima, a formação de uma onda harmônica progressiva que se propaga com velocidade V. Sendo assim, a constante elástica da mola é igual a

a) $k = \frac{16V^2\pi^2 m}{L^2}$

b) $k = \frac{9V^2\pi^2 m}{L^2}$

c) $k = \frac{4V^2\pi^2 m}{L^2}$

d) $k = \frac{2V^2\pi^2 m}{L^2}$

e) $k = \frac{V^2\pi^2 m}{L^2}$

Resolução:
Note que a freqüência da onde é a mesma do MHS associado, assim:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Também:
$V = \lambda \cdot f$
E pela figura vemos que:

$$L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2L$$

Relacionando todos esses resultados, temos:
$V = \lambda \cdot f$

$$V = 2L \cdot \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow V^2\,\frac{L^2}{\pi^2}\cdot\frac{k}{m} \Rightarrow$$

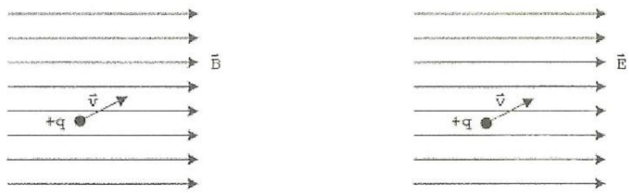
$m\pi^2V^2 = L^2 \cdot k$

Por fim:

$$k = \frac{V^2\pi^2 m}{L^2}$$

ALTERNATIVA E

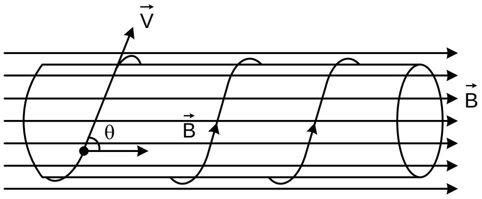
23. Analise a figura a seguir.



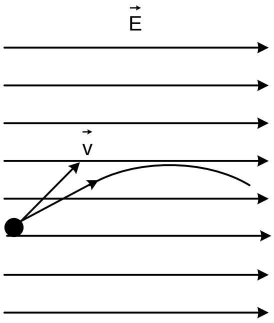
A figura expõe as linhas de campo de duas regiões isoladas do espaço, sendo uma de campo magnético uniforme $\vec{B}$ e a outra de campo elétrico uniforme $\vec{E}$. Se em cada uma das regiões for lançada uma partícula carregada de carga +q com velocidade $\vec{v}$, conforme indicado acima, quais serão, respectivamente, as trajetórias das partículas na região de campo $\vec{B}$ e de campo $\vec{E}$?

a) Circular e retilínea.
b) Helicoidal e parabólica.
c) Helicoidal e retilínea.
d) Circular e parabólica.
e) Circular e helicoidal.

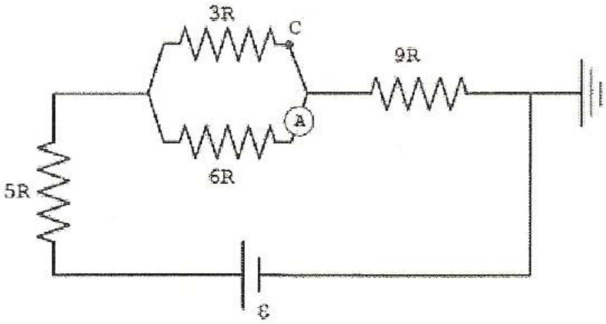
Resolução:
Nesse caso, onde a velocidade da partícula apresenta componentes PARALELA e PERPENDICULAR ao campo $\vec{B}$, sabemos que a COMPONENTE PERPENDICULAR ao campo é responsável por um MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME. Por outro lado, a COMPONENTE PARALELA ao campo é responsável por um MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME. A composição desses dois movimentos resulta numa TRAJETÓRIA HELICOIDAL.



No caso do CAMPO ELÉTRICO, haverá o surgimento de uma força constante (com uma aceleração constante) que será responsável por um MOVIMENTO PARABÓLICO.

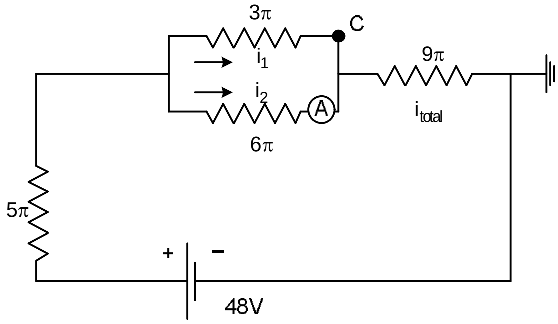


24. Observe a figura a seguir.



Considere o circuito acima, onde ε = 48V e R = 1,0Ω. Suponha que o amperímetro A seja um aparelho ideal. Nestas condições, quais serão, respectivamente, o potencial elétrico, em volts, no ponto C e a leitura do amperímetro, em ampères?
a) 18 e 1,0
b) 18 e 3,0
c) 20 e 2,0
d) 22 e 3,0
e) 22 e 1,0

Resolução:
Com o circuito abaixo, a resistência equivalente é dada por:



$$R_{eq} = 5 + \frac{3 \cdot 6}{3+6} + 9 = 5 + 2 + 9 = 16$$

$R_{eq} = 16\pi$
Desse modo, a corrente total é:

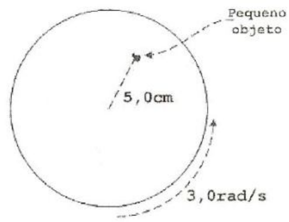
$U_{bat} = R_{eq} \cdot i_{total} \Rightarrow 48 = 16 \cdot i_{total}$
Então a leitura do AMPERÍMETRO fica:
$I_{total} = 3{,}0A$

$$i_2 = \frac{1}{3} i_{total} = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

$i_2 = 1{,}0A$
Já o POTENCIAL ELÉTRICO
No ponto C é dado por:
$U = V_c - 0 = 9R \cdot i_{total}$
$V_c = 9 \cdot 1 \cdot 3 = 27volts$

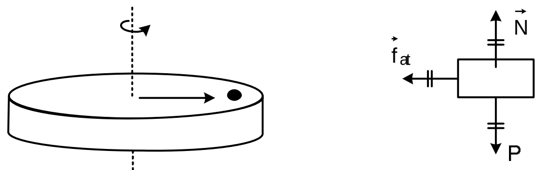
QUESTÃO ANULADA

25. Analise a figura a seguir.



Sobre um disco que gira num plano horizontal, com uma velocidade angular constante de 3,0rad/s, repousa um pequeno objeto de massa 1,0g, que gira solidário ao disco, conforme mostra a figura acima. Se o pequeno objeto está a uma distância de 5,0cm do centro do disco, qual o módulo, em milinewtons, da força de atrito entre ele e a superfície do disco?
a) 0,50
b) 0,45
c) 0,40
d) 0,35
e) 0,30

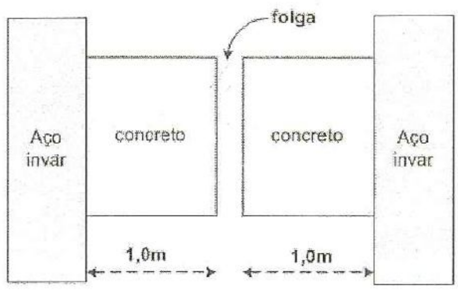
Resolução:
As forças que atuam no pequeno objeto são mostradas abaixo:



Nesse caso, a RESULTANTE CENTRÍPETA é a FORÇA DE ATRITO.

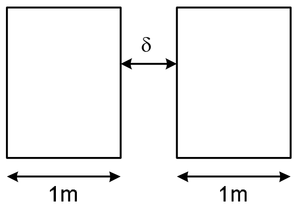
Então:
$f_{at} = F_{cp} = MRW^2$
$f_{at} = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 3^2 = 0{,}45 \cdot 10^{-3}N$
$f_{at} = 0{,}45mN$

26. Observe a figura a seguir.



Duas placas de concreto de comprimento 1,0m devem ser construídas entre duas barras de aço invar (aço de coeficiente de dilação desprezível). Qual é a folga mínima, em centímetros, entre as placas para não haver rachaduras quando a temperatura variar positivamente de 40°C?
Dado: coef. de dilatação linear do concreto = $12 \times 10^{-6}\ {}^0C^{-1}$
a) 0,18
b) 0,16
c) 0,14
d) 0,12
e) 0,10

Resolução:



Pela SIMETRIA da situação apresentada temos que:

$\delta = 2\Delta L$

Ou seja, a folga deve ser idealmente o dobro da dilatação em cada placa.

Assim:

$\delta = 2L_o\alpha\Delta\theta = 2 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 40$

$\delta = 0{,}096cm$

Mas entre as alternativas apresentadas, A FOLGA MÍNIMA é dada por:

$\delta_{mm} = 0{,}10cm$

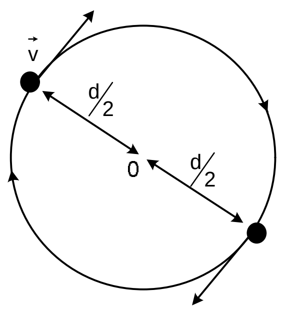
ALTERNATIVA E

27. Considere um sistema formado por dois corpos celestes de mesma massa M, ligados pela força de atração gravitacional. Sendo d a distância entre seus centros e G a constante gravitacional, qual é a energia cinética total do sistema, sabendo que os dois corpos giram em torno do centro de massa desse sistema?

a) $\frac{GM^2}{2d}$ b) $\frac{GM^2}{4d}$ c) $\frac{GM^2}{9d}$

d) $\frac{GM^2}{16d}$ e) $\frac{GM^2}{25d}$

Resolução:



Nesse caso temos:

$F_{GRAV} = F_{CP}$

Assim:

$$\frac{G \cdot MM}{d^2} = \frac{MV^2}{d/2} \Rightarrow \frac{GM}{d} = 2V^2$$

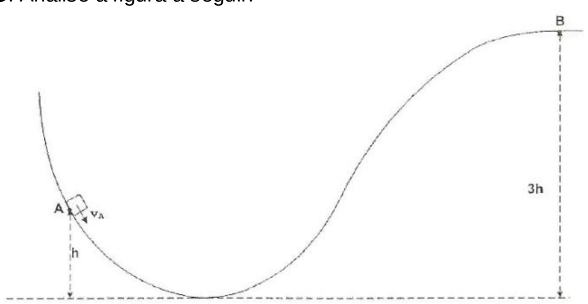
$$V^2 = \frac{GM}{2d}$$

Por fim, a energia cinética total do sistema será dada por:

$$E_{c(total)} = 2\frac{MV^2}{2} \Rightarrow E_{c(total)} = \frac{M \cdot GM}{2d}$$

$$E_{c(total)} = \frac{GM^2}{2d}$$

28. Analise a figura a seguir.



Considere o bloco percorrendo a rampa ilustrada na figura acima, sendo que, ao passar pelo ponto A, o módulo de sua velocidade é V_A = 8,0m/s. Sabe-se que h = 2m e que o atrito entre as superfícies da rampa e do bloco é desprezível. Com relação ao ponto B da rampa, é correto afirmar que o bloco

Dado: $g = 10m/s^2$

a) não conseguirá atingi-lo.
b) o atingirá com metade da velocidade V_A.
c) o atingirá com 30% da velocidade V_A.
d) o atingirá e permanecerá em repouso.
e) o atingirá com velocidade de 1,6m/s.

Resolução:

Vamos comparar as ENERGIAS MECÂNICAS associadas aos pontos A e B (considerando que o bloco chega em A com velocidade NULA). Assim:

$$E_{MEC}(A) = \frac{MV_A^2}{2} + mgh_A = \frac{m \cdot 8^2}{2} + m \cdot 10 \cdot 2 = 32m + 20m$$

$E_{MEC}(A) = 52m$

$E_{MEC(B)} = mgh_B = m \cdot 10 \cdot 3 \cdot 2 = 60 \cdot m$

$E_{MEC(B)} = 60 \cdot m$

Note que:

$E_{MEC(B)} > E_{MEC(A)}$

Como a ENERGIA MECÂNICA é CONSERVADA na situação apresenta no problema, a conclusão a que chegamos é que:

O BLOCO NÃO TEM ENERGIA SUFICIENTE PARA ATINGIR O PONTO B.

29. Uma fonte sonora emite som uniformemente em todas as direções, com uma potência em watts de 40π. Qual a leitura do nível de intensidade sonora, em decibéis, efetuada por um detector posicionado a 10 metros de distância da fonte?

Dado: $I_o = 10^{-12} W/m^2$

a) 150
b) 140
c) 130
d) 120
e) 110

Resolução:

Temos:

$$I = \frac{\text{Potência}}{\text{Área}} \Rightarrow I = \frac{P_{ot}}{4\pi \cdot R^2} = \frac{40\pi}{4\pi \cdot 10^2}$$

$$I = 10^{-1} W/m^2$$

E também:

$$N = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{10^{-1}}{10^{-12}}\right) = 10\log_{10}(10^{11})$$

N = 110dB

ALTERNATIVA E

30. Em relação aos conceitos de calor e de temperatura, é correto afirmar que

a) o calor é energia em trânsito e a temperatura é a medida do calor.
b) a temperatura e o calor são medidas da agitação molecular.
c) o calor é a variação da temperatura, e a temperatura é o grau da agitação molecular.
d) a temperatura é a variação do calor, e o calor é a energia em trânsito.
e) o calor é energia em trânsito e a temperatura é a medida da agitação molecular.

Resolução:

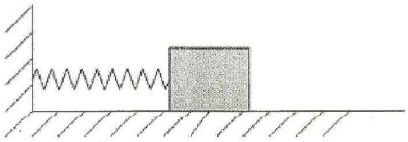
Essa questão simplesmente averigua o conhecimento do candidato com relação aos conceitos de CALOR e TEMPERATURA e da diferença entre ambos.

Assim:

CALOR → forma de energia em trânsito.

TEMPERATURA → medida da agitação térmica das moléculas.

31. Observe a figura a seguir.



Considere o sistema massa-mola indicado acima, que oscila sobre um plano horizontal num movimento harmônico simples com energia mecânica E, amplitude A, frequência f e velocidade máxima v_m. Se a energia mecânica deste sistema for aumentada para 2E, quais serão, respectivamente, a amplitude, a frequência e a velocidade máxima do novo movimento harmônico simples?

a) 2A, 2f, $2v_m$
b) 2A, 2f, $\sqrt{2}v_m$
c) $\sqrt{2}A$, f, $2v_m$
d) $\sqrt{2}A$, f, $\sqrt{2}v_m$
e) A, $\sqrt{2}f$, $\sqrt{2}v_m$

Resolução:
Temos, num MHS:

$$E_{MEC} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mV_m^2$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

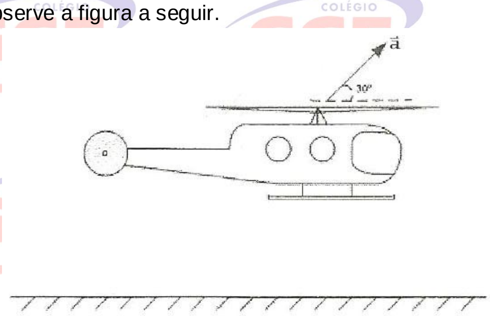
Note que:
Se $E_{MEC} = 2E_{MEC}$
Então:

$$A' = \sqrt{2} \cdot A$$

$$V'm = \sqrt{2} \cdot V_m$$

f' = f

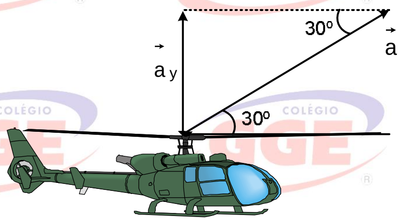
32. Observe a figura a seguir.



Um helicóptero decola de sua base que está ao nível do mar, com uma aceleração constante de 2,0m/s^2, fazendo um ângulo de 30° com a horizontal, conforme indica a figura acima. Após 10 segundos, qual será a altitude do helicóptero, em metros?
Dados: sen30° = 0,50 e cos30° = 0,87

a) 38
b) 45
c) 50
d) 72
e) 87

Resolução:



Admitindo-se que:

$$h_o = 0 \;\; e \;\; V_{oy} = 0$$

Temos:

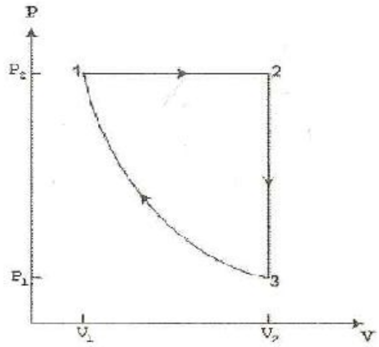
$$h = h_o + V_{oy}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$h = 0 + 0 \cdot 10 + \frac{2 \cdot sen30^o}{2} \cdot 10^2$$

$$h = \frac{1}{2}x100 = 50$$

$$h = 50$$

33. Observe a figura a seguir.



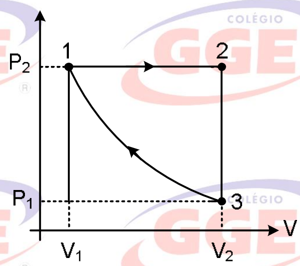
Um gás ideal sofre uma transformação descrita pelo ciclo 1 → 2 → 3 → 1, ilustrado no gráfico PV acima, sendo que no trecho 3 → 1 o gás sofre uma compressão adiabática. Considere U_1, U_2, e U_3 as energias internas do gás em 1, 2 e 3, respectivamente. Nessas condições, analise as afirmativas abaixo.

I. No trecho 3 → 1 não há troca de calor entre o gás e o meio ambiente.
II. O trabalho realizado pelo gás no trecho 2 → 3 é igual a $U_3 – U_2$.
III. O trabalho realizado sobre o gás no trecho 3 → 1 é igual a $U_1 – U_3$.
IV. O trabalho realizado pelo gás no trecho 1 → 2 é igual a $U_2 – U_1$.

Assinale a opção correta.

a) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
b) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
c) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.
d) Apenas as afirmativas II e IV são verdadeiras.
e) Apenas as afirmativas III e IV são verdadeiras.

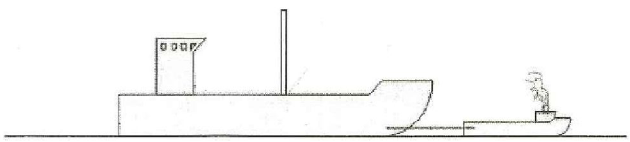
Resolução:



Analisando as afirmações, temos:

I. Verdadeira: A transformação 3 → 1 é uma Transformação Adiabática ⇒ $Q_{3\to1} = 0$
II. Falsa: $\tau_{2\to3} = Q_{2\to3} - \Delta U_{2\to3} \neq U_3 - U_2$. Pois $Q_{2\to3} \neq 0$.
III. Verdadeira: $\tau_{3\to1} = Q_{3\to1} - \Delta U_{3\to1} = U_1 – U_3$.
IV. Falsa: $\tau_{1\to2} = Q_{1\to2} - \Delta U_{1\to2} \neq U_2 – U_1$. Pois $Q_{1\to2} \neq 0$.

34. Observe a figura a seguir.



Um rebocador arrasta uma embarcação de 30 toneladas com velocidade constante, conforme indica a figura acima. A tração no cabo que puxa a embarcação é de $4{,}0 \cdot 10^5$N. Assinale a opção que apresenta o módulo, em newtons, e esboça a direção e o sentido da força $\vec{F}$ que a embarcação exerce sobre a água.
Dado: g = 10m/s^2

a) $5{,}0 \cdot 10^5$ ↘ $\vec{F}$

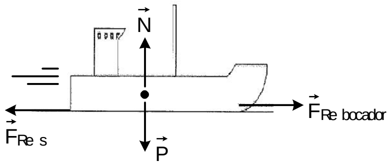
b) $5{,}0 \cdot 10^5$ ↙ $\vec{F}$

c) $4{,}0 \cdot 10^5$ ← $\vec{F}$

d) $3{,}0 \cdot 10^5$ ↓ $\vec{F}$

e) $3{,}0 \cdot 10^5$ ↑ $\vec{F}$

Resolução:
As forças que atuam na embarcação são mostradas abaixo:



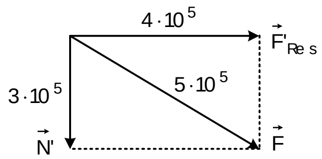
Se a velocidade da embarcação é <u>constante</u>
Temos:

$F_{Res} = F_{Rebocador} = 4 \cdot 10^5 N$

E também:

$P = N = MG = 30 \cdot 10^3 \cdot 10 \Rightarrow N = 3 \cdot 10^5 N$

Essas duas forças são devidas a interação entre a embarcação e a água: São as componentes da força total que a água exerce sobre a embarcação. A força que a embarcação exerce sobre a água é a reação a essa última força mencionada. Assim:

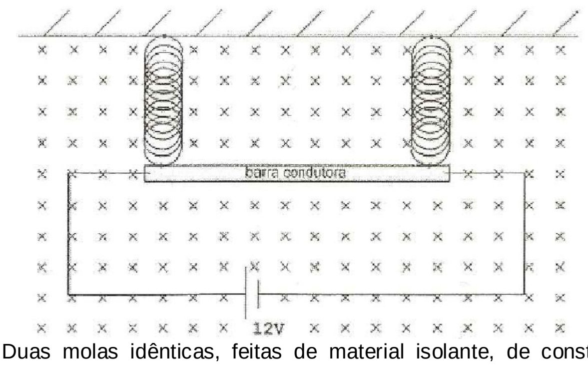


Por fim:

$F_{total} = 5 \cdot 10^5 N$

*Hipotenusa de um triângulo Pitagórico.

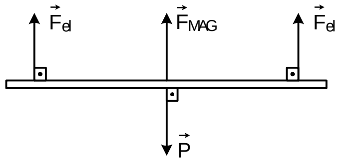
35. Analise a figura a seguir.



Duas molas idênticas, feitas de material isolante, de constante elástica k = 5, 0N/m, presas ao teto, sustentam uma barra condutora de resistência elétrica 3,0Ω, comprimento 0,2m e massa 0,5kg, cujas extremidade estão ligadas aos bornes de uma bateria de 12V, conforme mostra a figura acima. O sistema está em repouso e imerso em um campo magnético uniforme de 3,0T gerado por uma eletroímã. Considere que no instante t o campo magnético seja desligado e os bornes da bateria desconectados da barra. Nessa situação, qual será a amplitude, em metros, do movimento harmônico simples executado pela barra condutora, após o instante t?
Dado: $g = 10 m/s^2$

a) 0,16
b) 0,18
c) 0,20
d) 0,22
e) 0,24

Resolução:



Temos:
$P = MG = 0{,}5 \cdot 10$
$P = 5N$

$F_{MAG} = B \cdot i \cdot L \cdot sen\theta = B \cdot \left(\frac{U}{R}\right) \cdot L \cdot sen90º$

$F_{MAG} = 3 \cdot \frac{12}{3} \cdot 0{,}2 \cdot 1 = 2{,}4$

$F_{MAG} = 2{,}4N$

No equilíbrio, vem:

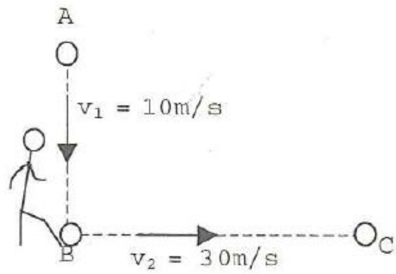
$2F_{el} + F_{MAG} = P \Rightarrow 2 \cdot k \cdot \Delta x = 5 - 2{,}4 = 2{,}6$
$2 \cdot 5\ \Delta x = 2{,}6 \Rightarrow$
$\Delta x = 0{,}26m$

A posição de equilíbrio desse sistema se não existisse o campo magnético seria dada por:
$2F'_{el} = P \Rightarrow$
$2k\Delta x' = MG$
$2 \cdot 5 \cdot \Delta x' = 5$
$\Delta x' = 0{,}50m$

Por fim, a amplitude do MHS executado pela barra quando o campo magnético é eliminado é dado por:
$A = \Delta x' - \Delta x = 0{,}50 - 0{,}26$

$A = 0{,}24m$

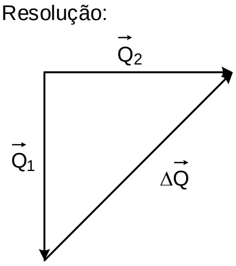
36. Observe a figura a seguir.



Um jogador de futebol chuta uma bola de massa 1,0kg vinda com velocidade de 10m/s da direção AB e a arremessa na direção BC com velocidade de 30m/s, conforme a figura acima. Sabendo que as direções AB e BC são perpendiculares e o tempo de contato do pé com a bola é de 10^{-2}s, qual é a intensidade, em newtons, da força aplicada na bola pelo jogador?

a) 4059
b) 3162
c) 2059
d) 1542
e) 1005

Resolução:



Temos:
$Q_1 = mv_1 = 1 \cdot 10 = 10kg \cdot m/s$
$Q_2 = mv_2 = 1 \cdot 30 = 30kg \cdot m/s$

Mas:

$$\Delta Q^2 = Q_1^2 + Q_2^2 = 10^2 + 30^2 = 1000$$

$$\Delta Q = 10\sqrt{10}\,kg\cdot m/s$$

Pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{i} = \overrightarrow{\Delta Q} \Rightarrow \left|\vec{i}\right| = \left|\overrightarrow{\Delta Q}\right|$$

$$F\cdot\Delta t = \left|\overrightarrow{\Delta Q}\right| \Rightarrow F\cdot 10^{-2} = 10\cdot\sqrt{10}$$

$$F = 1000\sqrt{10}N$$

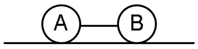
Usando a aproximação:

$$\sqrt{10} \cong 3{,}162$$

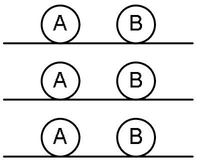
Temos:

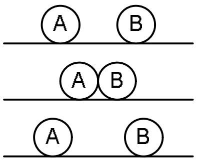
$$F \cong 3162N$$

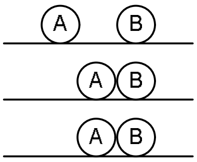
37. Observe a figura a seguir.

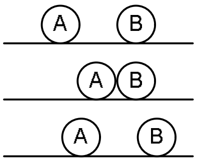


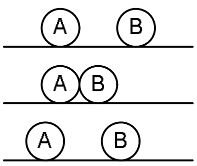
Duas esferas condutoras, A e B, idênticas e ligadas por um cabo rígido isolante, estão em repouso sobre uma superfície isolante de atrito desprezível, como indica a figura acima. Se a esfera A for carregada com carga +Q, a esfera B mantida neutra, e em seguida o cabo isolante removido, qual das opções abaixo, que expõe uma sequência de três fotos consecutivas, melhor descreve o que ocorrerá com as esferas?

a) 

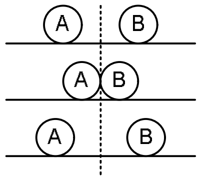
b) 

c) 

d) 

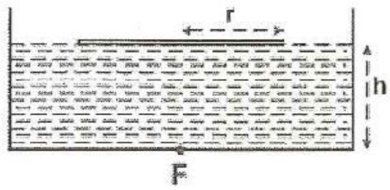
e) 

Resolução:
Quando o cabo isolante for removido HAVERÁ ATRAÇÃO ENTRE AS ESFERAS DEVIDO À INDUÇÃO ELETROSTÁTICA. As esferas, então se APROXIMARÃO (sendo o atrito na superfície desprezível). Uma vez entrando em CONTATO, a esfera CARREGADA eletrizará a esfera neutra, PASSANDO METADE DA SUA CARGA ELÉTRICA ORIGINAL: +Q. Após esse efeito, as duas esferas terão ambas uma carga elétrica de +Q/2 e SOFRERÃO UMA REPULSÃO SIMÉTRICA, assumindo posições EQUIDISTANTES DO LOCAL DE CONTATO. Representando todo o processo temos:



ALTERNATIVA B

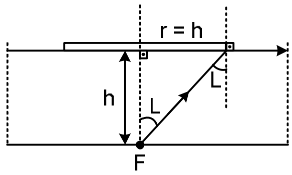
38. Observe a figura a seguir.



Uma fonte F de luz puntiforme está no fundo de um tanque que contém um líquido de índice de refração n. Um disco de madeira de raio r, de comprimento igual à coluna h de líquido, é colocado rente à superfície do líquido, de tal forma que nenhum raio de luz vindo de F seja refratado. Nessas condições, qual é o índice de refração n?

a) 1,05
b) 1,14
c) 1,23
d) 1,32
e) 1,41

Resolução:



Temos:
$n_1 sen\theta_1 = n_2 sen\theta_2$
$n \cdot senL = 1 \cdot sen90°$
$n \cdot senL = 1$

Mas pela geometria da figura formada, temos:

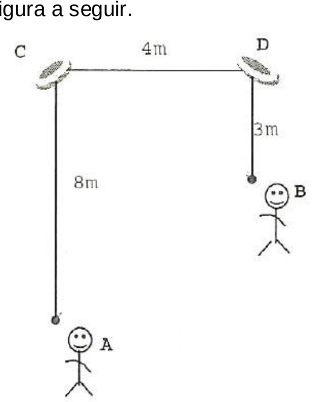
L = 45°

Assim:
$n \cdot senL = n \cdot sen45° = 1$

$$n\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \Rightarrow n = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$n \cong 1{,}41$$

39. Observe a figura a seguir.

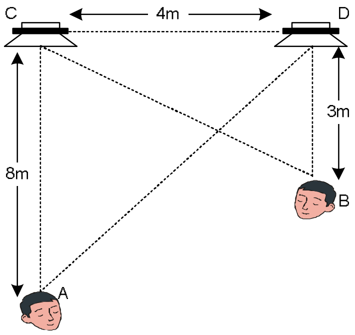


Dois ouvinte A e B estão em frente a dois alto-falantes C e D vibrando em fase, conforme indica a figura acima. Sabendo que os dois alto-falantes emitem sons de mesma intensidade e frequência igual a 171, 5Hz e que as direções AC e BD são perpendiculares a CD, é correto afirmar que
Dado: velocidade do som igual a 343m/s.

a) tanto A quanto B ouvem som de máxima intensidade.

b) A ouve som de máxima intensidade e B não ouve praticamente som algum.
c) B ouve som de máxima intensidade e A não ouve praticamente som algum.
d) tanto A quanto B não ouvem praticamente som algum.
e) tanto A quanto B ouvem som de média intensidade.

Resolução:



Temos:

$\lambda = \frac{V_{som}}{f} = \frac{343}{171,5} = 2$

$\lambda = 2m$

E também:

$\overline{CB}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{DB}^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow \overline{CB} = 5m$

$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 8^2 + 4^2 \Rightarrow \overline{AD} = 4\sqrt{5}m$

Temos então os critérios de interferência:

• Para o ouvinte A:

$\Delta d_A = \overline{AD} - \overline{AC} = 4\sqrt{5} - 8 \cong 0,94 \cong 1,0m$

Assim:

$\Delta d_A = n_A \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 1 \cong n_A \cdot \frac{2}{2} \therefore n_A \cong 1,0$

*Conclusão: A interferência para o ouvinte(A) é quase completamente Destrutiva.

• Para o ouvinte B:

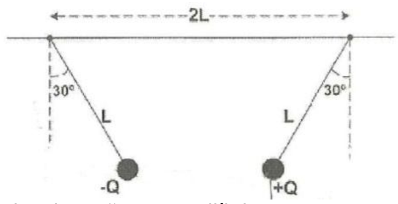
$\Delta d_B = \overline{BC} - \overline{BD} = 5 - 3 = 2m$

Assim:

$\Delta d_B = n_B \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2 = n_B \cdot \frac{2}{2} \therefore n_B = 2$

*Conclusão: A interferência para o ouvinte (B) é completamente Construtiva.

40. Observe a figura a seguir.



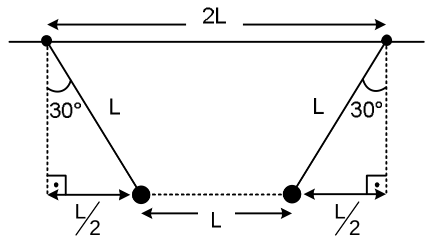
Duas esferas iguais estão em equilíbrio e suspensas por dois fios isolantes de mesmo comprimento L = 20cm, conforme mostra a figura acima. Sabendo que elas estão carregadas com cargas de sinais opostos, mas de mesmo valor absoluto Q = 2μC, e que a distância entre os pontos de apoio dos fios é 2L, qual é o módulo, em newtons, da tração em cada fio?

Dados: $k_0 = 9 \times 10^9 N.m^2/C^2$

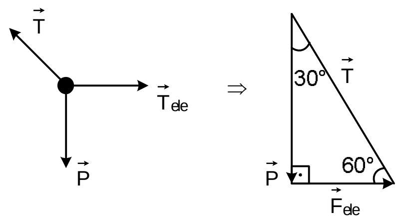
a) 0,9
b) 1,2
c) 1,6
d) 1,8
e) 2,0

Resolução:

Pela geometria da figura mostrada na questão, temos as medidas relevantes apontadas no desenho abaixo:



Assim:



Então:

$F_{ele} = T \cdot Sen30°$

$\frac{K|Q_1| \cdot |Q_2|}{d_{12}^2} = T \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(20 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{T}{2}$

$\frac{9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-2}} = \frac{T}{2} \Rightarrow$

T = 1,8N

ALTERNATIVA D

PROCESSO SELETIVO EFOMM 2011 - GABARITO DAS PROVAS

BRANCA			
MATEMÁTICA		FÍSICA	
QUESTÕES	**GABARITO**	**QUESTÕES**	**GABARITO**
1	E	21	D
2	C	22	E
3	D	23	B
4	B	24	A
5	B	25	B
6	E	26	D
7	E	27	A
8	E	28	A
9	C	29	E
10	C	30	E
11	D	31	D
12	B	32	C
13	A	33	C
14	A	34	A
15	A	35	E
16	C	36	B
17	D	37	B
18	E	38	E
19	C	39	C
20	E	40	D

VERDE			
MATEMÁTICA		FÍSICA	
QUESTÕES	**GABARITO**	**QUESTÕES**	**GABARITO**
1	E	21	D
2	C	22	E
3	D	23	B
4	E	24	B
5	A	25	C
6	B	26	C
7	B	27	B
8	E	28	C
9	C	29	D
10	E	30	A
11	D	31	E
12	A	32	B
13	C	33	D
14	C	34	E
15	E	35	E
16	A	36	E
17	D	37	D
18	C	38	A
19	B	39	A
20	E	40	A

PROCESSO SELETIVO EFOMM 2011 - GABARITO DAS PROVAS

AMARELA			
MATEMÁTICA		FÍSICA	
QUESTÕES	GABARITO	QUESTÕES	GABARITO
1	C	21	D
2	D	22	B
3	E	23	E
4	E	24	A
5	E	25	B
6	B	26	B
7	A	27	C
8	B	28	D
9	C	29	D
10	C	30	E
11	B	31	C
12	C	32	D
13	A	33	A
14	E	34	C
15	C	35	B
16	D	36	A
17	A	37	E
18	D	38	E
19	E	39	A
20	E	40	E

AZUL			
MATEMÁTICA		FÍSICA	
QUESTÕES	GABARITO	QUESTÕES	GABARITO
1	C	21	D
2	D	22	A
3	E	23	B
4	C	24	E
5	A	25	D
6	C	26	A
7	D	27	A
8	B	28	D
9	E	29	A
10	A	30	C
11	E	31	B
12	B	32	E
13	A	33	E
14	C	34	E
15	E	35	B
16	C	36	B
17	E	37	D
18	D	38	C
19	B	39	E
20	E	40	C