MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL / PSAEN-2007)

É PERMITIDO O USO DE RÉGUA SIMPLES

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

1) Sejam a e b números reais não nulos tais que a equação $x^5+4x^4-x^3+(2a+b)x^2+(a-b-3)x+(ab+2)=0$ admite duas e somente duas raízes nulas. Se $z=a+bi$ é um número complexo, então o argumento de $\frac{\bar{z}}{1+z}$ é

(A) $arc\,tg\,1$

(B) $arc\cos\frac{1}{2}$

(C) $arc\cos\left(-\frac{1}{2}\right)$

(D) $arc\sec\frac{2}{\sqrt{3}}$

(E) $arc\cos 0$

2) O valor mínimo relativo da função f, de variável real x, definida por $f(x)=\frac{a^2}{\operatorname{sen}^2 x}+\frac{b^2}{\cos^2 x}$, onde $a,b\in\Re^*$, vale

(A) $(a+2|b|)^2$

(B) a^2+b^2

(C) $2|ab|$

(D) $(|a|+|b|)^2$

(E) $2(a+b)^2$

3) Considere a função f, de variável real x, definida por $f(x)=\text{sen}^6 x+\cos^6 x+m(\text{sen}^4 x+\cos^4 x)$, onde $m\in\Re$ é um valor que torna f constante. A equação da circunferência tangente ao eixo y, cujo centro está no ponto de interseção das retas $-2mx+2y-5=0$ e $-x+4y-3=0$ é

(A) $x^2+y^2+2x-2y+1=0$

(B) $x^2+y^2+2x+2y+1=0$

(C) $x^2+y^2-2x=0$

(D) $x^2+y^2+2x=0$

(E) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

4) Sendo **a** o primeiro termo de uma progressão geométrica, **b** o termo de ordem (n+1) e **c** o termo de ordem (2n+1), então a relação entre **a**, **b** e **c** é

(A) $c^2-ab+b^2=0$

(B) $b^2-ac^4=0$

(C) $b^2+a^2+4ab-c^2=0$

(D) $b^4+2a^2cb+b^2c=0$

(E) $b^4-2acb^2+a^2c^2=0$

5) Na figura abaixo ABC é um triângulo equilátero de lado 2r e $\overset{\frown}{PQ}$, $\overset{\frown}{PR}$ e $\overset{\frown}{QR}$ são arcos de circunferência de raio r. Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{CS}$ são perpendiculares ao segmento $\overline{NS}$ e $\overset{\frown}{QRS}$ é uma semicircunferência de centro em C. Se $sen\alpha=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ e a soma das áreas hachuradas mede $(\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{2})r^2+\dfrac{5}{9}$, então o valor de r é

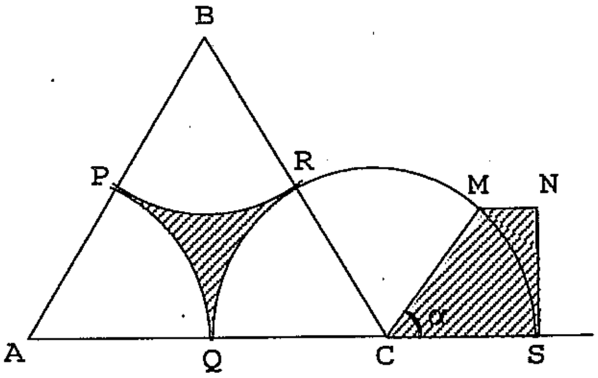
(A) $2^{-1/2}$

(B) $2^{-1/4}$

(C) $2^{1/4}$

(D) $2^{1/2}$

(E) 2



6) Considere π o plano que contém o centro da esfera $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z+13=0$ e a reta de equações paramétricas $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3+2t \end{cases}$, $t\in\Re$. O volume do tetraedro limitado pelo plano π e pelos planos coordenados é ,em unidades de volume

(A) $\dfrac{50}{3}$

(B) $\dfrac{50}{9}$

(C) $\dfrac{100}{9}$

(D) $\dfrac{200}{9}$

(E) $\dfrac{100}{3}$

7) O valor de $\int 4 \operatorname{sen} 2x \cos^2 x \, dx$ é

(A) $-\frac{\cos 2x}{2} + \frac{\cos 4x}{4} + C$

(B) $-\cos 2x - \frac{\operatorname{sen}^2 2x}{2} + C$

(C) $-\frac{4\cos^3 x}{3} + C$

(D) $-\frac{3}{2}\cos 2x + C$

(E) $-\cos 2x - \frac{\cos 4x}{4} + C$

8) A secretária de uma empresa tem a tarefa de enviar 5 cartas de cobrança, com diferentes textos e valores, para 5 diferentes clientes. Uma vez preparadas as cartas e os respectivos envelopes, a secretária pede à sua auxiliar que coloque as cartas nos envelopes e as remeta pela empresa de Correios. Supondo que a auxiliar não tenha percebido que os textos são diferentes e tenha colocado as cartas nos envelopes de forma casual ou aleatória, a probabilidade das cartas terem sido enviadas corretamente para cada destinatário é

(A) 0,15%

(B) 0,24%

(C) 0,25%

(D) 0,83%

(E) 0,92%

9) O resto da divisão do polinômio $M(x) = \sum_{j=1}^{80} (3j)\,(x+1)^{80-j}$ pelo polinômio $N(x) = x+2$, $x \in \Re$, é igual a

(A) 120

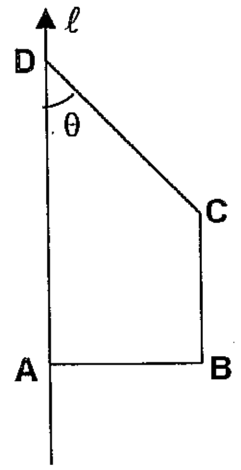
(B) 80

(C) 60

(D) 40

(E) 0

10) O trapézio retângulo ABCDA, representado na figura abaixo, faz uma rotação completa em torno do eixo ℓ, gerando um sólido **S**. Sabendo que os segmentos AB e BC e o ângulo θ têm por medida 8cm, 8cm e 30°, respectivamente, e que o volume de **S** vale o dobro do volume de uma esfera de raio R, pode-se concluir que o comprimento de R, em cm, é



(A) $2(\sqrt{3}+1)^{1/3}$

(B) $4(\sqrt{3}+3)^{1/3}$

(C) $2(\sqrt{3}+3)^{1/3}$

(D) $8(\sqrt{3}+1)^{1/3}$

(E) $4(\sqrt{3}+1)^{1/3}$

11) Os ângulos α e β na figura abaixo são tais que $\beta = \alpha + \dfrac{\pi}{12}$, e a equação da reta r é $y = x - 2$. Então $tg\,(\alpha + \beta)$ vale

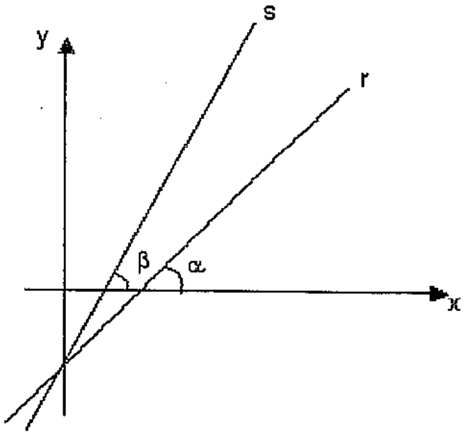
(A) $-2 + \sqrt{3}$

(B) $-\sqrt{3}$

(C) $-2 - \sqrt{3}$

(D) $-2\sqrt{3}$

(E) $-2\sqrt{3} + 2$



12) No sistema cartesiano abaixo está esboçada uma porção do gráfico de uma função $y(x) = \log_2(x+a)$ restrita ao intervalo $[2,8]$, $a \in \Re_+^*$. Se $y(2) = 2$, então o valor da área hachurada é

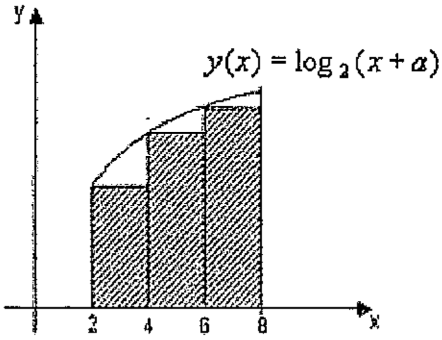
(A) $6 + \dfrac{3}{2}\log_4 3$

(B) $12 + \log_2 3$

(C) $8 + 2\log_2 3$

(D) $6 + 8\log_{\frac{1}{2}} 3$

(E) $12 + \log_{\sqrt{2}} 3$



13) Considere $\vec{x}$, $\vec{y}$ e $\vec{z}$ vetores do $\Re^3$ que satisfazem ao sistema

$$\begin{cases} \vec{x}+\vec{y}+\vec{z} = (2,-1,-2) \\ \vec{x}+2\vec{y}+3\vec{z} = (5,-2,-8) \\ \vec{x}+4\vec{y}+9\vec{z} = (15,-6,-24) \end{cases}$$

. O produto $\vec{x}.\vec{y}\times\vec{z}$ vale

(A) -1

(B) 0

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 1

(E) 2

14) Sejam f e g funções reais definidas por $f(x)=2\,\mathrm{sen}^2 x+6\cos x$ e $g(x)=k+\cos 2x$, $k\in\Re$. Se $f\left(\frac{\pi}{3}\right)+g\left(\frac{7\pi}{4}\right)=\frac{19}{2}$, então a soma das soluções da equação $f(x)=g(x)$ no intervalo $\left]\frac{21\pi}{11},\frac{16\pi}{5}\right[$ é

(A) $\frac{13\pi}{6}$

(B) $\frac{13\pi}{3}$

(C) $\frac{7\pi}{3}$

(D) $\frac{25\pi}{6}$

(E) $\frac{16\pi}{3}$

15) Sejam L_1 a reta tangente ao gráfico da função real $f(x)=e^{\sqrt{x^2-3x}}$ no ponto $P(-1,f(-1))$ e L_2 a reta tangente ao gráfico da função $y=f'(x)$ no ponto $Q(-1,f'(-1))$. A abscissa do ponto de interseção de L_1 e L_2 é

(A) $-\frac{1}{9}$

(B) $-\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{9}$

(D) $\frac{1}{3}$

(E) 1

16) A função real f, de variável real, é definida por $f(x)=\ln(x^5+x^3+x)$. Podemos afirmar que a equação da reta normal ao gráfico da função inversa f^{-1} no ponto $\left(\ln 3, f^{-1}(\ln 3)\right)$ é

(A) $y-3x+3\ln 3=1$

(B) $3y-x+\ln 3=3$

(C) $y+3x-\ln 27=1$

(D) $3y+x-\ln 3=-3$

(E) $y+3x-\ln 3=3$

17) Considere $y=f(x)$ uma função real, de variável real, derivável até 2ª ordem e tal que $f''(x)+f(x)=0$, $\forall x \in \Re$. Se $g(x)=f'(x)\operatorname{sen} x - f(x)\cos x + \cos^2 x$, então

(A) $g(x)=\dfrac{\operatorname{sen} 2x}{2}+C$

(B) $g(x)=C$

(C) $g(x)=\dfrac{\cos 2x}{2}+C$

(D) $g(x)=2f(x) - \dfrac{\cos 2x}{2}+C$

(E) $g(x)= \operatorname{sen} x + \cos^2 x + C$

18) Considere a matriz

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 & -1 \\ 2x^2 & -3 & 3x^2 & -1-2x^2 \\ 5 & 4 & mx^2-nx+2 & 2x^2+3x-5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{4x4}$$

e o polinômio $p(x)=x^2-2x-3$,

onde x, m e n pertencem ao conjunto $\Re$. Se o determinante da matriz A é divisível pelo polinômio p(x) podemos afirmar que o termo de ordem (m+n) do binômio $(\dfrac{x^2y}{5}-5z^3)^7$ é

(A) $-7\,x^8y^4z^9$

(B) $14\,x^8y^4z^9$

(C) $-7\,x^6y^4z^6$

(D) $-14\,x^6y^4z^9$

(E) $14\,x^6y^4z^6$

19) Seja f a função real, de variável real, definida por $f(x)=\sqrt[3]{x^3-x^2}$. Podemos afirmar que

(A) f é derivável $\forall x \in \Re^*$.

(B) f é crescente $\forall x \in \Re_+$.

(C) f é positiva $\forall x \in \Re_+$ e $(1, f(1))$ é ponto de inflexão.

(D) a reta $3y-3x+1=0$ é uma assíntota do gráfico da f e $(0, f(0))$ é ponto de máximo local.

(E) f é derivável $\forall x \in \Re^* - \{1\}$ e $3y-3x-1=0$ é uma assíntota do gráfico da f.

20) Considere os conjuntos A = $\left\{x \in \Re \;/\; \left|\frac{x+2}{2x-3}\right| \langle\, 4\right\}$ e

B = $\left\{x \in \Re \;/\; \log_9 (x^2-5x+7) \;\rangle\; 0\right\}$. Pode-se afirmar que $A \cap B$ é

(A) $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{26}{7}, +\infty\right[$

(B) $\left]-\infty, \frac{10}{9}\right[\cup \left]2, +\infty\right[$

(C) $\left]-\infty, -3\right[\cup \left]-2, \frac{10}{9}\right[$

(D) $\left]-\infty, \frac{10}{9}\right[\cup \left]3, +\infty\right[$

(E) $\left]-\infty, -3\right[\cup \left]\frac{26}{7}, +\infty\right[$

Processo Seletivo de Admissão à Escola Naval (PSAEN/2007)

MATEMÁTICA	
PROVA AMARELA	
01	A
02	D
03	E
04	E
05	B
06	C
07	E
08	D
09	A
10	B
11	C
12	E
13	B
14	B
15	A
16	C
17	C
18	A
19	D
20	D